Hidráulica e Hidrología:
Exámenes del curso 2013-2014

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Jaime García Palacios

Eduardo Martínez Olmos

Isabel Granados García

2016

Otros autores que han colaborado en esta obra son:

- Francisco Laguna Peñuelas
- Cristian Ponce Farfán
- Luis Garrote de Marcos
- Eduardo Martínez Marín

Los autores agradecen las mejoras, correcciones y contribuciones que puedan mejorar el siguiente contenido:

jaime.garcia.palacios@upm.es

Contents

Exámenes del curso 2013-2014

I

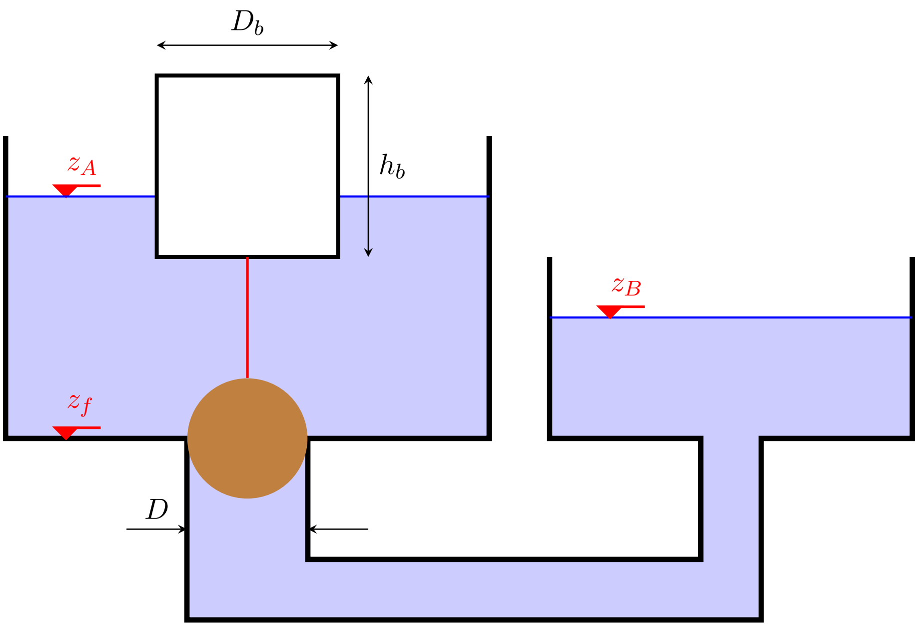
1.1 Parcial I de Octubre de 2013

Ejercicio 1

El depósito A y B están unidos por una tubería de diámetro $D = 0.3\ m$, que cierra herméticamente mediante una esfera de diámetro ligeramente mayor (considere también D) para que no penetre en la tubería y densidad relativa $\gamma' = 7$. La esfera esta unida mediante un cable de peso y elongación despreciables con una boya cilíndrica de diámetro $D_b = 1\ m$, altura $h_b = 5\ m$ y peso $P_b = 120\ N$. El fondo del depósito A esta a la cota $z_f = 0\ m$ y el depósito B tiene el nivel constante a la cota $z_B = 4\ m$. Cuando el depósito A está a la cota $z_A = 5\ m$, el cable esta completamente estirado pero no ejerce ninguna fuerza. En esta situación:

Determinar si la flotación del cilindro es estable, obteniendo su altura sumergida, la posición del metacentro y su brazo estabilizador.

Suponiendo que el nivel del depósito A comienza a subir, calcular la cota que alcanzará en el momento de la apertura si el B permanece constante.



Test.

1. Altura sumergida h_1 [ ] Ans m

2. Radio metacéntrico $\overline{CM}$ [ ] Ans m

3. Posición del metacentro desde la base del flotador $\overline{OM}$ Ans m

4. Brazo estabilizador δ Ans m

5. Cota del depósito A cuando hay apertura $z_{A'}$ Ans m

6. Peso de la esfera P_e Ans N

7. Fuerza necesaria para levantar el tapón F Ans N

Pulsar sobre la palabra ejercicio 1 al comienzo para ver la solución

1.2 Parcial II de Noviembre de 2013

Ejercicio 2

Un gran depósito A con agua a la cota $z_A = 112\ m$ está unido a otro B a la cota $z_B = 100\ m$ mediante una tubería de $L = 2000\ m$ de longitud, diámetro $D = 0.3\ m$ y rugosidad $\varepsilon = 0.5\ mm$

1. Determinar, la f de Darcy la pendiente de pérdidas y el caudal circulante

   Desde la mitad de la conducción se quiere sacar otra de 1000 m de longitud y de igual diámetro y rugosidad que desagua a la atmósfera a la cota $z_c = 100\ m$. Para mantener el caudal en el depósito B se coloca una bomba justo antes del desdoblamiento. Manteniendo la f de Darcy del apartado anterior y suponiendo un coeficiente de pérdida de carga localizada en la bomba de $\varphi = 2.5$ y nulo en el desdoblamiento. Calcular:

2. Caudal circulante por cada una de las tuberías.

3. Salto requerido en la bomba

4. NPSH disponible en la bomba si la cota de la tubería antes de la bomba es 85 m

Considerar la presión de vapor 0.33 mca

Test.

1. Obtener la f de darcy	$f =$	Ans	$-$
2. Obtener la pendiente de pérdidas	$I =$	Ans	$-$
3. Caudal circulante	$Q =$	Ans	m^3/s
4. Caudal circulante antes de la bomba	$Q_1 =$	Ans	m^3/s
5. Salto requerido en la bomba	$\Delta H_{bomba} =$	Ans	m
6. NPSH disponible en la bomba	$NPSH =$	Ans	m

Ejercicio 3

En una cuenca de 300 km2 se cuenta con dos estaciones pluviométricas A y B en las que se han recogido los siguientes datos:

Año	Precipitación	
	A	B
2001-2002	556	568
2002-2003	421	488
2003-2004	738	745
2004-2005	390	410
2005-2006	630	-
2006-2007	742	810
2007-2008	-	712
2008-2009	621	640
2009-2010	590	632
2010-2011	785	812
2011-2012	735	698

Se pide:

1. Calcular el coeficiente de correlación existente entre ambas series e indicar de forma razonada si le parece adecuado
2. Rellenar el dato que falta en cada una de las estaciones mediante regresión ortogonal

Test.

1. Coeficiente de correlación $\rho =$ Ans –

2. Pendiente de la recta de regresión $m =$ Ans –

3. Valor de y en la estación A $y =$ Ans –

4. Valor de x en la estación B $x =$ Ans –

1.3 Parcial III de Diciembre de 2013

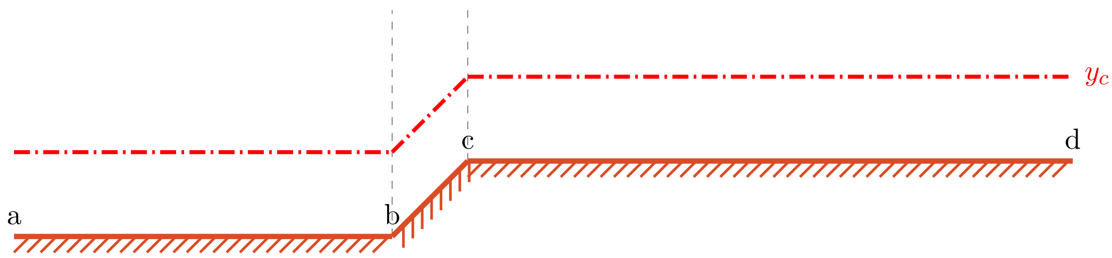
Ejercicio 4

Un canal rectangular de ancho $b = 3.00\,m$, número de Manning $n = 0.015$ y pendiente $I = 0.025$ por el que circula un caudal $Q = 11.10\,m^3/s$ tiene que salvar un desnivel de $\Delta z = 1.00\,m$ mediante un escalón ascendente en el sentido de circulación:

1. Determinar los calados de régimen uniforme, crítico y conjugado del uniforme
2. Obtener el número de Froude de régimen uniforme y clasificar la pendiente
3. Dibujar, acotando los calados más significativos, la forma de la superficie libre, e indicar las curvas de remanso que se forman, sin integrarlas.

Se quiere evitar que el calado sobrepase el crítico, para ello se decide colocar dos escalones para salvar ese desnivel de $\Delta z = 1.0\,m$. El primero de ellos, en el sentido de propagación será lo más alto posible. También se quiere que estén lo más junto posibles.

1. Altura de cada uno de los escalones
2. Dibujar, acotando los calados más significativos, la forma de la superficie libre, e indicar las curvas de remanso que se forman, sin integrarlas.
3. Calcular la distancia entre ambos escalones



Por motivos prácticos, a la hora de resolver este ejercicio mediante este sistema, las preguntas se han modificado a las siguientes. De ésta forma se obtiene un procedimiento más ordenado de resolución.

Test.

1. Caudal unitario $q =$ [ ] Ans m

2. Calado crítico $y_c =$ [ ] Ans m

3. Calado uniforme $y_u =$ [ ] Ans m

4. Número de Froude F [ ] Ans $-$

5. Calado conjugado del uniforme $y_u^c =$ Ans m

6. Tipo de pendiente [suave, fuerte] Ans

7. Ener. específica calado crítico $H_{y_c}^0 =$ Ans m

8. Ener. específica calado uniforme $H_{y_u}^0 =$ Ans m

9. Tipo de curva de remanso aguas arriba del escalón Ans

10. Tipo de curva de remanso aguas abajo del escalón Ans

11. Ener. específica al bajar el escalón $H_{y_b}^0 =$ Ans m

12. Calado tras el cambio de sección y_b $y_b =$ Ans m

13. Altura del escalón aguas abajo $\Delta Z_1 =$ Ans m

14. Altura del escalón aguas arriba $\Delta Z_2 =$ Ans m

15. Calado tras bajar el escalón de aguas arriba $y_d =$ Ans m

16. Longitud de la curva entre escalones $L_{c-d} =$ Ans m

Pulsar sobre la palabra ejercicio 4 al comienzo para ver la solución

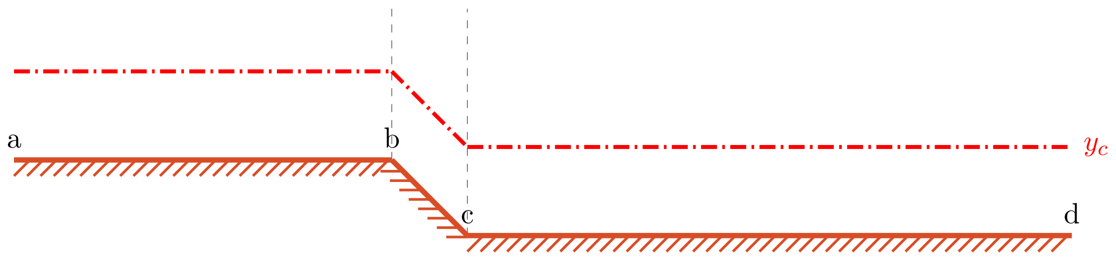
Ejercicio 5

Un canal rectangular de ancho $b = 3.00\,m$, número de Manning $n = 0.02$ y pendiente $I = 0.0025$ por el que circula un caudal $Q = 11.92\,m^3/s$ tiene que salvar un desnivel de $\Delta z = -0.50\,m$ mediante un escalón descendente en el sentido de circulación:

1. Determinar los calados de régimen uniforme, crítico y conjugado del uniforme
2. Obtener el número de Froude de régimen uniforme y clasificar la pendiente
3. Dibujar, acotando los calados más significativos, la forma de la superficie libre, e indicar las curvas de remanso que se forman, sin integrarlas.

Se quiere evitar que el calado sobrepase el crítico, para ello se decide colocar dos escalones para salvar ese desnivel de $\Delta z = 1.0\,m$. El primero de ellos, en el sentido de propagación será lo más alto posible. También se quiere que estén lo más junto posibles.

1. Altura de cada uno de los escalones
2. Dibujar, acotando los calados más significativos, la forma de la superficie libre, e indicar las curvas de remanso que se forman, sin integrarlas.
3. Calcular la distancia entre ambos escalones



Por motivos prácticos, a la hora de resolver este ejercicio mediante este sistema, las preguntas se han modificado a las siguientes. De ésta forma se obtiene un procedimiento más ordenado de resolución.

Test.

1. Caudal unitario Ans m

2. Calado crítico Ans m

3. Calado uniforme Ans m

4. Número de Froude Ans $-$

5. Calado conjugado del uniforme Ans m

6. Tipo de pendiente [suave, fuerte] Ans

7. Ener. específica calado crítico $H^0_{y_c}$ Ans m

8. Ener. específica calado uniforme $H^0_{y_u}$ Ans m

9. Tipo de curva de remanso aguas arriba del escalón Ans

10. Tipo curva de remanso aguas abajo del escalón (de formarse) Ans

11. Ener. específica al bajar el escalón $H^0_{y_b}$ Ans m

12. Calado tras el cambio de sección y_b Ans m

13. ¿Resalto en el escalón [si/no]? Ans

14. Altura del escalón aguas abajo Ans m

15. Altura del escalón aguas arriba Ans m

16. Calado tras bajar el escalón de aguas arriba Ans m

17. Longitud de la curva entre escalones Ans m

Pulsar sobre la palabra ejercicio 5 al comienzo para ver la solución

Ejercicio 6

En una cuenca de 300 km2 se cuenta con dos estaciones pluviométricas A y B en las que se han recogido los siguientes datos:

Año	Precipitación	
	A	B
2001-2002	556	568
2002-2003	421	488
2003-2004	738	745
2004-2005	390	410
2005-2006	630	-
2006-2007	742	810
2007-2008	-	712
2008-2009	621	640
2009-2010	590	632
2010-2011	785	812
2011-2012	735	698

Se pide:

1. Calcular el coeficiente de correlación existente entre ambas series e indicar de forma razonada si le parece adecuado
2. Rellenar el dato que falta en cada una de las estaciones mediante regresión ortogonal

Test.

1. Coeficiente de correlación $\rho =$ Ans –

2. Pendiente de la recta de regresión $m =$ Ans –

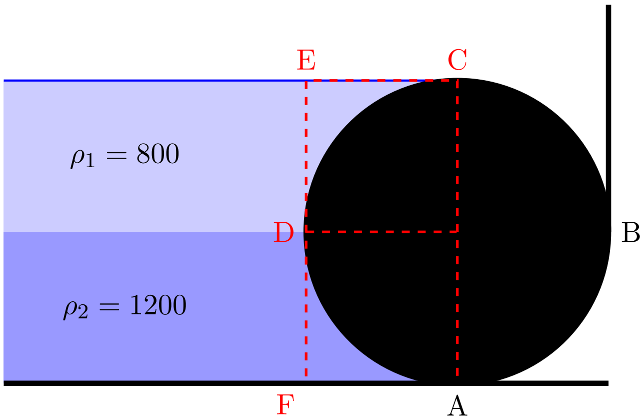
3. Valor de y en la estación A $y =$ Ans –

4. Valor de x en la estación B $x =$ Ans –

1.4 Final de Enero de 2014

Ejercicio 7

El cilindro de la figura de diámetro $D = 2.00\,m$ y peso por metro lineal $P = 25000\,N/m$ se encuentra sumergido en 2 líquidos inmiscibles de densidades $\rho_1 = 800\,kg/m^3$ y $\rho_2 = 1200\,kg/m^3$, ocupando cada uno de ellos una profundidad de un radio. Calcular las reacciones en los puntos A y B. Suponga que no se producen momentos.



Test.

1. Reacción en A R_A Ans m

2. Reacción en B R_B Ans m

Pulsar sobre la palabra ejercicio 7 al comienzo para ver la solución

Ejercicio 8

En un canal rectangular indefinido de ancho $b = 2$ y número de Manning $n = 0.025$, por el que circula un caudal $Q = 9\,m^3/s$ con un calado de régimen uniforme de $y_u = 2.41\,m$ se requiere salvar un desnivel de terreno mediante una tubería en presión de diámetro $D = 2.5\,m$, longitud $L = 250\,m$ y rugosidad $\varepsilon = 0.5\,mm$ antes de volver nuevamente al canal. La unión entre las tuberías y el canal se hacen mediante unos depósitos de carga cuya superficie libre se puede considerar constante. El coeficiente de pérdida de carga localizada en el depósito de salida es $\varphi = 0.5$. La cota de la solera del canal junto a ambos depósitos son $z = 90\,m$, siendo suave la transición con el canal de salida. Se pide calcular:

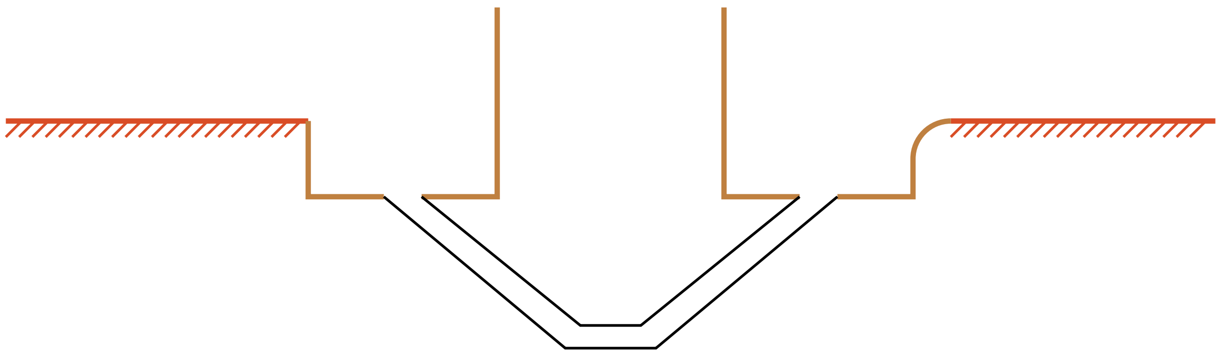
1. El número de Froude de régimen uniforme y la pendiente del canal.

2. La f de Darcy y las pérdidas de carga en la tubería.

3. El nivel de ambos depósitos.

4. Dibujar, acotando los calados más significativos, la forma de la superficie libre, e indicar el tipo de las curvas de remanso que se forman.

5. Integrar las posibles curvas de remanso.



Por motivos prácticos, a la hora de resolver este ejercicio mediante este sistema, las preguntas se han modificado a las siguientes. De ésta forma se obtiene un procedimiento más ordenado de resolución.

Test.

1. Caudal unitario en el canal q_u [ ] Ans m

2. Calado de régimen crítico en el canal y_c [ ] Ans m

3. Pendiente del canal I_o [ ] Ans m

4. Número de Froude F [ ] Ans m

5. Calado del canal a la salida del depósito 2 y_b [ ] Ans m

6. Energía específica a la salida del depósito 2 H_b^o [ ] Ans m

7. Cota del depósito 2 z_b Ans m

8. Perdida de carga localizada en el tubo ΔH_l Ans m

9. Valor de la f de Darcy f Ans m

10. Perdida de carga continua en el tubo ΔH_c Ans m

11. Cota del depósito 1 z_a Ans m

12. Tipo de curva de remanso aguas arriba del depósito 1 Ans

Pulsar sobre la palabra ejercicio 8 al comienzo para ver la solución

1.5 Extraordinario de Julio de 2014

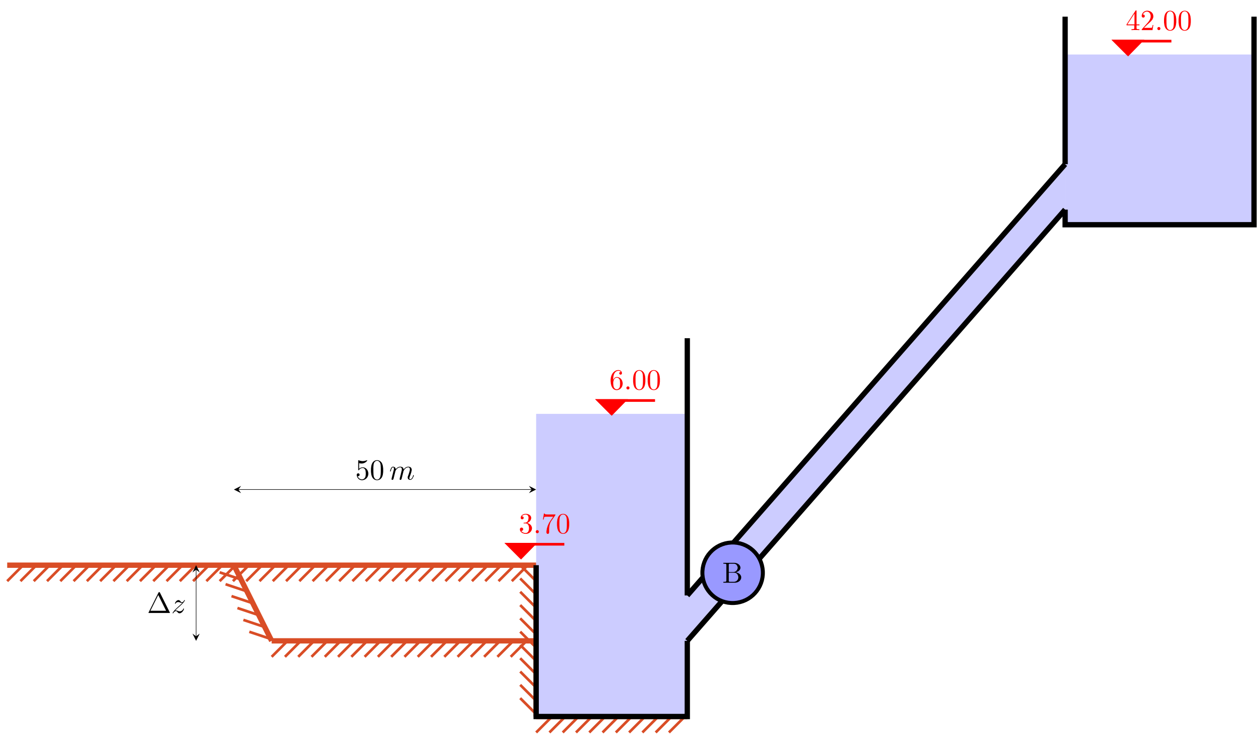
Ejercicio 9

Un canal rectangular indefinido de ancho $b = 2\,m$, número de Manning $n = 0.025$ y pendiente $I = 0.0050$, por el que circula un caudal $Q = 9.00\,m^3/s$ desemboca en un depósito cuya superficie libre está a la cota $z_1 = 6.00\,m$. La cota de la solera del canal en el entronque con el depósito es $z_c = 3.70\,m$. El depósito se une mediante una tubería de diámetro $D = 2.00\,m$, longitud $L = 1000.00\,m$ y rugosidad $\varepsilon = 0.00050\,m$ con otro depósito a la cota $z_2 = 42.00\,m$. La impulsión se realiza mediante una bomba situada a $x = 3.00\,m$ de la salida del primer depósito, cuya curva característica viene dada por $H_B = 61.00 - b \cdot Q^2$. Si el coeficiente de pérdida de carga localizada en el depósito de salida es $\varphi_1 = 0.50$ y en la bomba $\varphi_B = 2.50$. Se pide calcular:

1. Calados crítico, uniforme y conjugado de uniforme en el canal **1 pt**
2. Número de Froude y clasificar la pendiente **1 pt**
3. Dibujar la forma de la superficie libre en el canal indicando las posibles curvas de remanso **1 pt**
4. Altura elevada por la bomba en el punto de funcionamiento y parámetro b de la curva de la bomba **2 pt**
5. Máxima altura de energía alcanzada en el sistema **2 pt**

Se desea disminuir la cota del agua en la zona del canal cercana al depósito. Para ello se sitúa un escalón descendente en la dirección de circulación del agua de $\Delta Z = -3.50\,m$ a una distancia $d = 50.00\,m$ antes de llegar al depósito. Se pide:

6. Dibujar, acotando e indicando el tipo de las curvas de remanso que se forman, los calados que se obtienen en los diferentes puntos del canal **3 pt**



Por motivos prácticos, a la hora de resolver este ejercicio mediante este sistema, las preguntas se han modificado a las siguientes. De ésta forma se obtiene un procedimiento más ordenado de resolución.

Test.

1. Caudal unitario en el canal q_u Ans m
2. Calado de régimen crítico en el canal y_c Ans m
3. Calado de régimen uniforme en el canal y_u Ans m
4. Número de Froude F Ans –
5. Calado conjugado del uniforme en el canal y_{uc} Ans m
6. Tipo de curva de remanso aguas arriba del depósito 1 Ans
7. Número de Reynolds R_e Ans –
8. Valor de la f de Darcy f Ans –
9. Perdida de carga localizada en el tubo ΔH_l Ans m
10. Perdida de carga continua en el tubo ΔH_c Ans m
11. Parámetro b de la bomba b Ans –

12. Altura de energía máxima en la conducción H_{max} Ans –

13. Calado a $50.00\,m$ del depósito y_B Ans –

14. Energía específica del calado $5.5700\,m$ H_B^0 Ans –

15. Energía específica de calado crítico H_c^0 Ans –

16. Energía específica al otro lado del escalón H_D^0 Ans –

17. Calado correspondiente a esa energía específica y_{CD} Ans –

Pulsar sobre la palabra ejercicio 9 al comienzo para ver la solución

Ejercicio 10

1.- Calcular y dibujar el hidrograma unitario de 1.5 horas de duración utilizando el hietograma de lluvia neta y el hidrograma de escorrentía directa de la tormenta del cuadro adjunto:

			Hidrograma
		Lluvia neta	Escorrentía directa
Dia	Hora	(mm)	(m^3/s)
1	19:30	25.84	11.89
	21:00	45.95	47.36
	22:30	31.05	152.35
2	00:00	30.10	333.48
	01:30		491.83
	03:00		569.55
	04:30		482.92
	06:00		297.43
	07:30		155.14
	09:00		66.64
	10:30		15.65
	12:00		0.00

2.- Calcular mediante el empleo del hidrograma en S el hidrograma unitario de una duración de 3 h a partir del hidrograma unitario de 1.5 h obtenido en el apartado anterior.

Test.

1. $U_1 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

2. $U_2 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

3. $U_3 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

4. $U_4 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

5. $U_5 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

6. $U_6 =$ [ ] Ans $\frac{m^3/s}{mm}$

Soluciones a los Ejercicios

Ejercicio 1

vG9.81

Igualando el peso de la boya con el empuje de Arquímedes (E_a)

$$P_b = E_a = V_c\gamma \quad \rightarrow \quad V_c = \frac{P_b}{\gamma} = 0.0122\,m^3 \tag{1.1}$$

La altura sumergida (h) puede obtenerse a través del volumen de carena

$$V_c = \pi\frac{D_b^2}{4}h \quad \rightarrow \quad h = \frac{4V_c}{\pi D_b^2} = 0.01557\,m < 5\,m \tag{1.2}$$

lo que implica que el cilindro flota.

A continuación se comprueba la estabilidad

$$\overline{OM} = \overline{OC} + \overline{CM} \geq \overline{OG} \tag{1.3}$$

$$\overline{OM} = \frac{h}{2} + \frac{I}{V_c} \geq \frac{h_b}{2} \tag{1.4}$$

La distancia $\overline{CM}$ es:

$$\frac{I}{V_c} = \frac{\pi\frac{r^4}{4}}{\pi\frac{D_b^2}{4}h} = \frac{D_b^2}{16h} = \frac{1^2}{16 \cdot 0.01557} = 4.0129\,m \tag{1.5}$$

Por tanto:

$$\overline{OM} = 0.0078 + 4.0129 = 4.0207 \geq 2.5000 \tag{1.6}$$

El brazo estabilizador se calcula mediante

$$\delta = \overline{OM} - \overline{OG} = 4.0207 - 2.5000 = 1.5207\,m \tag{1.7}$$

La fuerza que se ejerce sobre el tapón al ascender el nivel hasta la cota $z_{A'}$ mientras el B permanece constante debe ser igual al peso del volumen adicional desplazado por la boya:

La fuerza vertical para levantar el tapón tiene tres componentes:

- Peso de la esfera:

$$P_e = \gamma_e'\gamma V_e = \gamma_e'\gamma\frac{4}{3}\pi r^3 = 7 \cdot 9810\frac{4}{3}\pi\left(\frac{2.00}{2}\right)^3 = 970.80\,N \tag{1.8}$$

- Empuje vertical sobre la parte alta de la esfera: Tomando como superficie de referencia la cota del depósito en cada momento $z_{A'}$, se puede expresar como el peso del cilindro de agua de diámetro D que va de la superficie al fondo menos el peso en agua del volumen de media esfera con el mismo diámetro:
$$Ev_1 = \pi \frac{D^2}{4} \left(z_{A'} - z_f\right) \gamma - \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma \tag{1.9}$$
- Subpresión bajo la esfera: se puede calcular como en el caso anterior, tomando como altura la del depósito B y sumando la componente la media esfera. Su sentido será hacia arriba.
$$Ev_2 = \pi \frac{D^2}{4} \left(z_B - z_f\right) \gamma + \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma \tag{1.10}$$

Por tanto la fuerza vertical total hacia arriba que tendrá que levantar la boya es:

$$F_1 = P + Ev_1 - Ev_2 \tag{1.11}$$
$$F_1 = \gamma_e' \gamma \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_e}{2}\right)^3 + \pi \frac{D^2}{4} \left(z_{A'} - z_f\right) \gamma - \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi r^3 - \pi \frac{D^2}{4} \left(z_B - z_f\right) \gamma + \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi r^3 = \tag{1.12}$$
$$\gamma \left[\pi \frac{D^2}{4} \left(z_{A'} - z_B\right) + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_e}{2}\right)^3 \left(\gamma_e' - 1\right)\right] \tag{1.13}$$

En este resultado puede verse que la fuerza es la debida al peso del cilindro de agua de diámetro el de la esfera y altura la diferencia de niveles entre depósitos mas el peso sumergido de la esfera.

Esta fuerza F_1 se iguala al peso del volumen de carena adicional necesario dado por:

$$F_2 = \Delta V_c \gamma = \pi \frac{D_b^2}{4} \left(z_{A'} - z_A\right) \gamma \tag{1.14}$$

Operando, resulta:

$$\left(z_{A'} - z_B\right) \pi \frac{D_e^2}{4} \gamma + \frac{4}{3} \pi \left(\frac{D_e}{2}\right)^3 \left(\gamma_e' - 1\right) \gamma = \left(z_{A'} - z_A\right) \pi \frac{D_b^2}{4} \gamma \tag{1.15}$$
$$z_{A'} = \frac{\frac{2}{3} D_e^3 \left(\gamma_e' - 1\right) - z_B D_e^2 + z_A D_b^2}{D_b^2 - D_e^2} = 5.2176\, m \tag{1.16}$$

La altura de boya adicional necesaria será $5.2176 - 5 = 0.2176\, m$ lo que resulta en una altura sumergida total de la boya dada por:

$$h_2 = 0.01557 + 0.2176 = 0.2332\, m < 5\, m \tag{1.17}$$

La fuerza a levantar es:

$$F_1 = P + Ev_1 - Ev_2 = 970.80 + 3548.68 - 2843.05 = 1676.42\, N \tag{1.18}$$

◄

Ejercicio 2

Al no decir nada el problema, se supone que la salida del depósito esta abocinada y se desprecia esta pérdida de carga. Únicamente se considerará la pérdida de carga correspondiente a la entrada en el depósito inferior, dada por:

$$\Delta H_l = \frac{v^2}{2g} \tag{1.19}$$

siendo v la velocidad de circulación en la tubería.

La pérdida de carga continua se determinará por la fórmula de Darcy:

$$\Delta H_c = I \cdot L = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L \qquad \to \qquad v = \frac{\sqrt{2gID}}{\sqrt{f}} = \frac{\omega}{\sqrt{f}} \tag{1.20}$$

El Bernoulli resulta:

$$z_a - z_b = \frac{v^2}{2g} + \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L = \left(1 + \frac{f}{D}L\right)\frac{v^2}{2g} \quad \to \quad v = \sqrt{2g\frac{z_a - z_b}{1 + \frac{f}{D}L}} \tag{1.21}$$

La f se determina mediante la fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \tag{1.22}$$

siendo el número de Reynolds:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} \tag{1.23}$$

Sustituyendo (1.20) en (1.22), se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51\nu}{\omega D}\right) = 6.6140 \qquad \to \qquad f = 0.02286 \tag{1.24}$$

Por tanto la velocidad:

$$v = \sqrt{2g\frac{z_a - z_b}{1 + \frac{f}{D}L}} = \sqrt{2 \cdot 9.81\frac{112 - 100}{1 + \frac{0.02286}{0.3}L}} = 1.2429\, m/s \tag{1.25}$$

Pare esta velocidad el número de Reynolds resulta:

$$R_e = \frac{1.2429 \cdot 0.3}{\nu} = 371666 \tag{1.26}$$

Calculando de nuevo la f de forma iterativa:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \qquad \to \qquad f = 0.02286 \tag{1.27}$$

Repitiendo el cálculo de las ecuaciones (1.25) y (1.27) se llega a:

Velocidad = 1.2388 m/s y f de Darcy = 0.02286

Con esta velocidad, el caudal es:

$$Q = vS = 1.2388 \cdot \pi \frac{D^2}{4} = 0.0876\, m^3/s \tag{1.28}$$

Y la pendiente de pérdidas:

$$I = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g} = \frac{0.02286}{0.3}\frac{1.2388^2}{2 \cdot 9.81} = 0.00596 \tag{1.29}$$

Cuando conectamos la segunda tubería, con el mismo diámetro, y el caudal saliendo a la misma cota que el depósito, el Bernoulli desde el depósito A coincide en ambas salidas, aunque en un caso el termino $v^2/(2g)$ sea debido a pérdida de carga y otro por salida a la atmósfera. Esto implica que el caudal circulante por el desdoblamiento es el mismo e igual al anterior, mientras que en el primer tramo de tubería es el doble. Por tanto, el caudal en el primer tramo será:

$$Q_1 = 2Q = 0.1751\, m^3/s \tag{1.30}$$

y la pendiente de pérdidas en el primer tramo será:

$$I_1 = 2^2 I = 4 \cdot 0.00596 = 0.02384 \tag{1.31}$$

mientras que en el segundo tramo se mantiene la misma.

La cota de energía a la entrada de la bomba se obtiene haciendo el Bernoulli desde A

$$H_{1bomba} = z_a - \frac{f}{D}\frac{Q_1^2}{2gS^2}L = 112 - 23.8436 = 88.1564\, m \tag{1.32}$$

La cota de energía a la salida de la bomba se obtiene haciendo el Bernoulli desde B y teniendo en cuenta las pérdidas de energía localizada de entrada en B

$$H_{2bomba} = z_b + \frac{Q^2}{2gS^2} + IL = 100 + 0.0782 + 0.00596 \cdot 1000 = 106.0391\, m \tag{1.33}$$

Si añadimos las pérdidas de energía de la bomba.

$$\Delta H_{bomba} = \varphi \frac{Q_1^2}{2gS^2} = 0.7822\, m \tag{1.34}$$

La altura elevada es la diferencia a la salida menos la que entra más las pérdidas de carga en la bomba:

$$\Delta H_{bomba} = H_{2bomba} - H_{1bomba} + \Delta H_{bomba} = 106.0391 - 88.1564 + 0.7822 = 18.6649\, m \tag{1.35}$$

Finalmente el NPSH disponible se calcula como:

$$NPSH = H_{bomba} - \frac{P_v}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - (z_{bomba} - H_{1bomba}) - \frac{P_v}{\gamma} = \tag{1.36}$$

$$= 10.33 - (85 - 88.1564) - 0.33 = 13.1564\, m \tag{1.37}$$

◄

Ejercicio 3

a

Año	$A = x$	$B = y$	x^2	y^2	xy
2001-2002	556	568	309.136	322.624	315.808
2002-2003	421	488	177.241	238.144	205.448
2003-2004	738	745	544.644	555.025	549.810
2004-2005	390	410	152.100	168.100	159.900
2006-2007	742	810	550.564	656.100	601.020
2008-2009	621	640	385.641	409.600	397.440
2009-2010	590	632	348.100	399.424	372.880
2010-2011	785	812	616.225	659.344	637.420
2011-2012	735	698	540.225	487.204	513.030
Total	5.578	5.803	3.623.876	3.895.565	3.752.756

La media aritmética se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{lll} \bar{x} & = \frac{5578}{9} & = 619.78 \\ \bar{y} & = \frac{5803}{9} & = 644.78 \end{array} \right. \tag{1.38}$$

siendo $n = 9$ el número de datos

La varianza resulta:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{lll} \sigma_x^2 & = \frac{3623876}{9} - 619.78^2 & = 18525.64 \\ \sigma_y^2 & = \frac{3895565}{9} - 644.78^2 & = 17099.31 \end{array} \right. \tag{1.39}$$

La desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2} \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{ll} \sigma_x & = \sqrt{18525.64} \\ \sigma_y & = \sqrt{17099.31} \end{array} \right. \tag{1.40}$$

La covarianza resulta:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - (\bar{x}\bar{y}) = \frac{3752756}{9} - (619.78 \cdot 644.78) = 17351.14 \tag{1.41}$$

Finalmente el coeficiente de correlación ortogonal será:

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{17351.14}{\sqrt{18525.64}\sqrt{17099.31}} = 0.97 \tag{1.42}$$

Para determinar los datos que faltan obtenemos los autovalores de la matriz:

$$\left| \begin{array}{cc} \sigma_x^2 - \lambda & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y - \lambda \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 18525.64 - \lambda & 17351.14 \\ 17351.14 & 17099.31 - \lambda \end{array} \right| = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda & = 446.68 \\ \lambda & = 35178.26 \end{array} \right. \tag{1.43}$$

La pendiente de la recta de ajuste será:

$$m = \frac{\lambda - \sigma_x^2}{\sigma_{xy}} = \frac{35178.26 - 18525.64}{17351.14} = 0.96 \tag{1.44}$$

Resultando la ecuación de la recta:

$$y - \bar{y} = m\,(x - \bar{x}) \quad \rightarrow \quad y - 644.78 = 0.96\,(x - 619.78) \tag{1.45}$$

Aplicando esta recta a los datos que faltan en cada una de las estaciones, resulta:

- Estación A: $x = 630 \quad \rightarrow \quad y = 659.59$
- Estación B: $y = 712 \quad \rightarrow \quad x = 689.80$

◀

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.1175	0.3985	8.0179	4.3958	4.9325	0	0	0	0
1.0164	0.3849	8.8158	4.9796	6.2456	-0.5838	5.5891	-18.8987	-18.8987
0.9153	0.3694	9.7892	5.802	8.1348	-0.8224	7.1902	-17.5344	-36.4331
0.8142	0.3518	11.0054	6.9906	10.9732	-1.1886	9.554	-16.85	-53.2831
0.7131	0.3315	12.5651	8.7642	15.4835	-1.7736	13.2284	-16.5318	-69.8149
0.612	0.3078	14.6419	11.5444	23.2106	-2.7802	19.3471	-16.5025	-86.3174

Tabla 1.1: Curva de remanso del tipo F2 aguas abajo del escalón

Ejercicio 4

1.23883.00 Se calculan, ordenadamente, los valores más significativos en el canal

$$\text{Caudal unitario:} \quad q = \frac{Q}{b} = 3.70\,\frac{m^3}{s \cdot m} \tag{1.46}$$

$$\text{Calado crítico:} \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 1.11749\,m \tag{1.47}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad I_0 = \frac{n^2 Q^2 \left(b + 2y_u\right)^{4/3}}{\left(b \cdot y_u\right)^{10/3}} \quad \longrightarrow \quad y_u = 0.61181\,m \tag{1.48}$$

$$\text{Número Froude:} \quad F^2 = \frac{q^2}{g \cdot y_u^3} = 2.46853 \tag{1.49}$$

$$\text{Tipo pendiente:} \quad fuerte \tag{1.50}$$

$$\text{Calado conjugado:} \quad y_u^c = \frac{y_u}{2}\left(\sqrt{1 + 8F^2} - 1\right) = 1.85175\,m \tag{1.51}$$

Las energías específicas asociadas a los diferentes calados son:

$$\text{Calado crítico:} \quad H_{cr}^o = \frac{3}{2} y_c = 1.67624\,m \tag{1.52}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad H_u^o = y_u + \frac{q^2}{2g y_u^2} = 2.4759\,m \tag{1.53}$$

Como estamos en pendiente fuerte partimos de aguas arriba (punto a) con calado de régimen uniforme $y_u = 0.61181\,m$. Propagamos hasta la transición (punto b). Se comprueba si se puede pasar el escalón (hasta el punto c). Para ello:

Se calcula la energía específica en el punto c, y se comprueba si es mayor que la crítica:

$$H_c^o = H_b^o - \Delta z = 1.4759\,m \leq 1.67624\,m \tag{1.54}$$

Como no lo es, implica que hay cambio de régimen. Por tanto, el punto c se convierte en el punto de mínima energía que coincide con el crítico (H_c^o, y_c), y desde él se propaga en ambas direcciones. En el sentido de circulación se forma una curva del tipo F2 (tabla 1.1) hasta alcanzar el régimen uniforme en el punto d.

Hacia aguas arriba se produce el cambio de régimen cuando se desciende el escalón hasta b. Para obtener el calado en b se determina la energía específica en ese punto como:

$$H_b^o = H_c^o + \Delta z = 2.67624\,m \tag{1.55}$$

El calado se obtiene de la resolución de la ecuación de tercer grado siguiente:

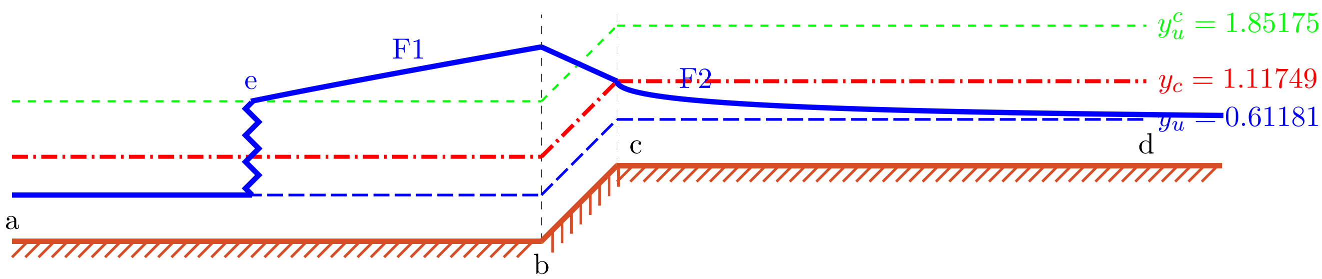
$$H_b^o = y_b + \frac{q^2}{2gy_b^2} = 2.67624\,m \quad \rightarrow \begin{cases} y_b & = 2.57065 \\ y_b & = ****\\ y_b & = **** \end{cases} \tag{1.56}$$

siendo la solución la correspondiente al régimen lento $y_b = 2.57065\,m$ que es mayor que el valor de $y_c + \Delta z = 2.11749$ por lo que la lámina ascenderá en el sentido de propagación.

Desde b se forma una curva de remanso del tipo F1 (tabla 1.2) hasta alcanzar el conjugado del uniforme en el punto e, a la distancia de 25.62 m del comienzo del escalón, que es donde se produce el resalto.

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
2.5707	0.4991	3.4855	3.1902	0.6904	0	0	0	0
2.4269	0.4935	3.6921	3.122	0.7865	0.0682	0.7385	-3.8717	-3.8717
2.2831	0.4872	3.9246	3.0685	0.904	0.0535	0.8453	-3.2332	-7.1049
2.1393	0.4803	4.1884	3.0339	1.0494	0.0346	0.9767	-2.2714	-9.3763
1.9955	0.4727	4.4903	3.0237	1.232	0.0102	1.1407	-0.7504	-10.1267
1.8517	0.4641	4.8389	3.0457	1.4662	-0.022	1.3491	1.9115	-8.2152

Tabla 1.2: Curva de remanso del tipo F1 aguas arriba del escalón



Solución con 2 escalones

Para que no haya cambio de régimen el primer escalón puede tener una altura máxima dada por:

$$H_a^o = H_c^o + \Delta z_1 \qquad \rightarrow \qquad \Delta z_1 = H_a^o - H_c^o = 2.4759 - 1.67624 = 0.79966\,m \tag{1.57}$$

Por tanto el segundo escalón resulta:

$$\Delta z_2 = \Delta z - \Delta z_1 = 1.00 - 0.79966 = 0.20034\,m \tag{1.58}$$

Si en el punto más alto del segundo escalón (e) suponemos calado crítico (mínima energía específica) el calado que se requiere en la parte baja de este escalón (d) será el que resulte de resolver la ecuación cúbica de la energía especifica en la parte baja del escalón en régimen rápido. Esta energía es:

$$H_d^o = H_e^o + \Delta z_2 = y_d + \frac{q^2}{2gy_d^2} = 1.87658\,m \quad \rightarrow \begin{cases} y_d & = ****\\ y_d & = 0.80811\\ y_d & = ****\end{cases} \tag{1.59}$$

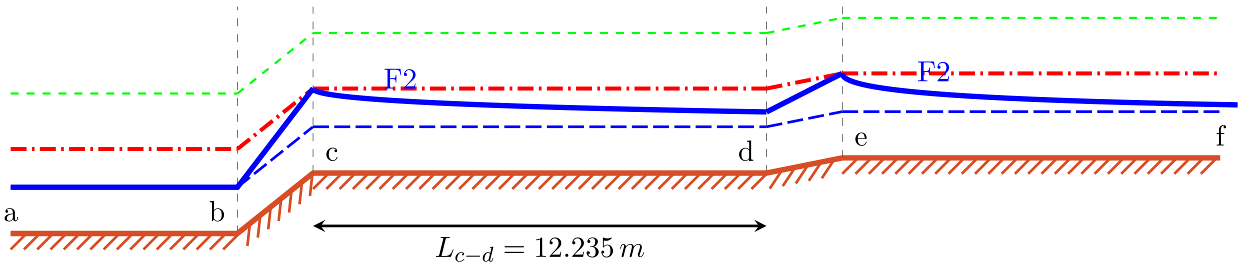
Desde el punto c, con calado crítico tendremos una curva F2, cuyo calado final será el obtenido anteriormente. De esta forma se asegura que la longitud entre escalones sea mínima.

La integración de la curva de remanso puede verse en la tabla 1.3

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.1175	0.3985	8.0179	4.3958	4.9325	0	0	0	0
1.0556	0.3904	8.4882	4.7297	5.6816	-0.3339	5.3071	-11.8948	-11.8948
0.9937	0.3816	9.0171	5.14	6.6095	-0.4103	6.1456	-11.2547	-23.1495
0.9318	0.3721	9.6162	5.6473	7.774	-0.5073	7.1918	-10.8125	-33.962
0.8699	0.3618	10.3007	6.2806	9.2603	-0.6333	8.5172	-10.5248	-44.4868
0.808	0.3506	11.0889	7.0785	11.1912	-0.7979	10.2258	-10.3277	-54.8145

Tabla 1.3: Curva de remanso del tipo F2 entre los escalones

por lo que la longitud entre escalones será de $L_{c-d} = 12.235\,m$



Ejercicio 5

1.23883.00 Se calculan, ordenadamente, los valores más significativos en el canal

$$\text{Caudal unitario:} \quad q = \frac{Q}{b} = 3.97333\,\frac{m^3}{s\cdot m} \tag{1.60}$$

$$\text{Calado crítico:} \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = 1.17187\,m \tag{1.61}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad I_0 = \frac{n^2Q^2\,(b+2y_u)^{4/3}}{(b\cdot y_u)^{10/3}} \quad \longrightarrow \quad y_u = 1.81291\,m \tag{1.62}$$

$$\text{Número Froude:} \quad F^2 = \frac{q^2}{g\cdot y_u^3} = 0.5197 \tag{1.63}$$

$$\text{Tipo pendiente:} \quad suave \tag{1.64}$$

$$\text{Calado conjugado:} \quad y_u^c = \frac{y_u}{2}\left(\sqrt{1+8F^2}-1\right) = 0.70508\,m \tag{1.65}$$

Las energías específicas asociadas a los diferentes calados son:

$$\text{Calado crítico:} \quad H_{cr}^o = \frac{3}{2}y_c = 1.75781\,m \tag{1.66}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad H_u^o = y_u + \frac{q^2}{2gy_u^2} = 2.05774\,m \tag{1.67}$$

Como estamos en pendiente suave partimos de aguas abajo (punto a) con calado de régimen uniforme $y_u = 1.81291\,m$. Propagamos hasta la transición (punto b). Se comprueba si se puede pasar el escalón (hasta el punto c). Para ello:

Se calcula la energía específica en el punto c, y se comprueba si es mayor que la crítica:

$$H_c^o = H_b^o - \Delta z = 1.55774\,m \leq 1.75781\,m \tag{1.68}$$

Como no lo es, implica que hay cambio de régimen. Por tanto, el punto c se convierte en el punto de mínima energía que coincide con el crítico (H_c^o, y_c), y desde él se propaga en ambas direcciones. En sentido contrario a la circulación se forma una curva del tipo S2 (tabla 1.4) hasta alcanzar el régimen uniforme en el punto d.

y	R_H	v	H^0	$I\cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.1719	0.4052	8.2111	4.6101	8.9944	0	0	0	0
1.3001	0.4195	7.401	4.0933	6.9769	0.5168	7.9857	6.6807	6.6807
1.4283	0.432	6.7367	3.7426	5.5587	0.3507	6.2678	5.8277	12.5084
1.5565	0.4431	6.1819	3.5053	4.5252	0.2373	5.042	4.952	17.4604
1.6847	0.4529	5.7115	3.3482	3.7517	0.1571	4.1385	4.0401	21.5005
1.8129	0.4617	5.3077	3.2495	3.1579	0.0987	3.4548	3.0798	24.5803

Tabla 1.4: Curva de remanso del tipo S2 aguas arriba del escalón

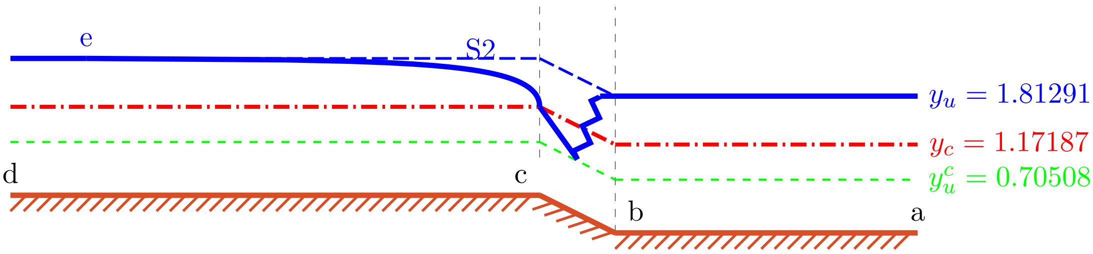
Hacia aguas abajo se produce el cambio de régimen cuando se desciende el escalón hasta b. Para obtener el calado en b se determina la energía específica en ese punto como:

$$H_b^o = H_c^o + \Delta z = 2.25781\, m \tag{1.69}$$

El calado se obtiene de la resolución de la ecuación de tercer grado siguiente:

$$H_b^o = y_b + \frac{q^2}{2gy_b^2} = 2.25781\, m \quad \rightarrow \begin{cases} y_b & = ****\\ y_b & = 0.7244 \\ y_b & = **** \end{cases} \tag{1.70}$$

siendo la solución la correspondiente al régimen rápido $y_b = 0.7244\, m$ que es menor que el valor del crítico $y_c = 1.17187\, m$ y mayor que el conjugado del uniforme $y_{uc} = 0.70508\, m$ lo que implica que el resalto se produce en el escalón y no hay curva de remanso en esta zona.



Solución con 2 escalones

Para que no haya cambio de régimen el primer escalón puede tener una altura máxima dada por:

$$H_a^o = H_c^o + \Delta z_1 \qquad \rightarrow \qquad \Delta z_1 = H_a^o - H_c^o = 2.05774 - 1.75781 = 0.29993\, m \tag{1.71}$$

Por tanto el segundo escalón resulta:

$$\Delta z_2 = \Delta z - \Delta z_1 = -0.50 - 0.29993 = 0.20007\, m \tag{1.72}$$

Si en el punto más alto del segundo escalón (e) suponemos calado crítico (mínima energía específica) el calado que se requiere en la parte baja de este escalón (d) será el que resulte de resolver la ecuación cúbica de la energía especifica en la parte baja del escalón en régimen lento. Esta energía es:

$$H_d^o = H_e^o + \Delta z_2 = y_d + \frac{q^2}{2gy_d^2} = 1.95788\, m \quad \rightarrow \begin{cases} y_d & = 1.66902\\ y_d & = **** \\ y_d & = **** \end{cases} \tag{1.73}$$

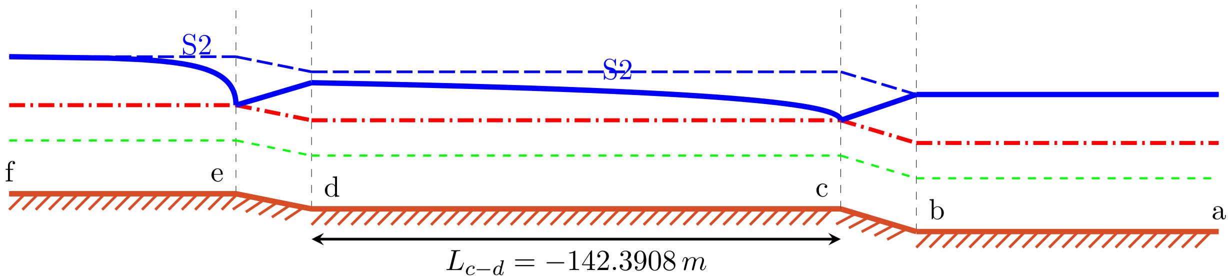
Desde el punto c, con calado crítico tendremos una curva S2, cuyo calado final será el obtenido anteriormente. De esta forma se asegura que la longitud entre escalones sea mínima.

La integración de la curva de remanso puede verse en la tabla 1.5

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.1719	0.4052	8.2111	4.6101	8.9944	0	0	0	0
1.2713	0.4165	7.5687	4.1925	7.3669	0.4176	8.1807	5.2656	5.2656
1.3707	0.4266	7.02	3.8837	6.1382	0.3088	6.7526	4.7489	10.0145
1.4701	0.4358	6.5451	3.6546	5.1861	0.2291	5.6622	4.233	14.2475
1.5695	0.4441	6.1307	3.4861	4.4372	0.1685	4.8117	3.6938	17.9413
1.6689	0.4517	5.7657	3.3641	3.8368	0.122	4.137	3.1387	21.08

Tabla 1.5: Curva de remanso del tipo S2 entre los escalones

por lo que la longitud entre escalones será de $L_{c-d} = -142.3908\,m$. Este valor es mayor que el obtenido con 5 intervalos de integración porque se ha obtenido con mayor precisión.



Ejercicio 6

a

Año	$A = x$	$B = y$	x^2	y^2	xy
2001-2002	556	568	309.136	322.624	315.808
2002-2003	421	488	177.241	238.144	205.448
2003-2004	738	745	544.644	555.025	549.810
2004-2005	390	410	152.100	168.100	159.900
2006-2007	742	810	550.564	656.100	601.020
2008-2009	621	640	385.641	409.600	397.440
2009-2010	590	632	348.100	399.424	372.880
2010-2011	785	812	616.225	659.344	637.420
2011-2012	735	698	540.225	487.204	513.030
Total	5.578	5.803	3.623.876	3.895.565	3.752.756

La media aritmética se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{lll} \bar{x} & = \frac{5578}{9} & = 619.78 \\ \bar{y} & = \frac{5803}{9} & = 644.78 \end{array} \right. \tag{1.74}$$

siendo $n = 9$ el número de datos

La varianza resulta:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{lll} \sigma_x^2 & = \frac{3623876}{9} - 619.78^2 & = 18525.64 \\ \sigma_y^2 & = \frac{3895565}{9} - 644.78^2 & = 17099.31 \end{array} \right. \tag{1.75}$$

La desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2} \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{ll} \sigma_x & = \sqrt{18525.64} \\ \sigma_y & = \sqrt{17099.31} \end{array} \right. \tag{1.76}$$

La covarianza resulta:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - (\bar{x}\bar{y}) = \frac{3752756}{9} - (619.78 \cdot 644.78) = 17351.14 \tag{1.77}$$

Finalmente el coeficiente de correlación ortogonal será:

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{17351.14}{\sqrt{18525.64}\sqrt{17099.31}} = 0.97 \tag{1.78}$$

Para determinar los datos que faltan obtenemos los autovalores de la matriz:

$$\left| \begin{array}{cc} \sigma_x^2 - \lambda & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y - \lambda \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 18525.64 - \lambda & 17351.14 \\ 17351.14 & 17099.31 - \lambda \end{array} \right| = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = \left\{ \begin{array}{ll} \lambda & = 446.68 \\ \lambda & = 35178.26 \end{array} \right. \tag{1.79}$$

La pendiente de la recta de ajuste será:

$$m = \frac{\lambda - \sigma_x^2}{\sigma_{xy}} = \frac{35178.26 - 18525.64}{17351.14} = 0.96 \tag{1.80}$$

Resultando la ecuación de la recta:

$$y - \bar{y} = m\,(x - \bar{x}) \quad \rightarrow \quad y - 644.78 = 0.96\,(x - 619.78) \tag{1.81}$$

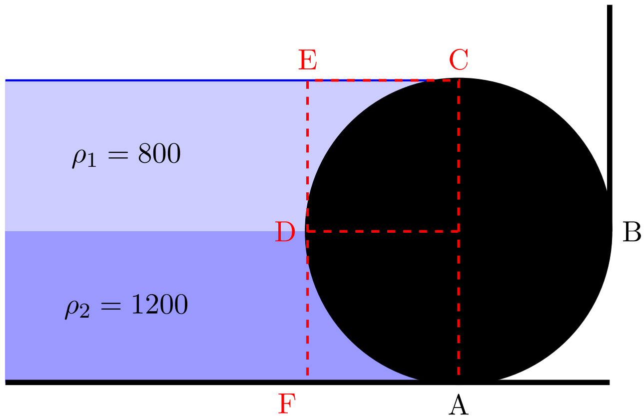
Aplicando esta recta a los datos que faltan en cada una de las estaciones, resulta:

- Estación A: $x = 630 \quad \rightarrow \quad y = 659.59$
- Estación B: $y = 712 \quad \rightarrow \quad x = 689.80$

◄

Ejercicio 7

2.002.00



Para obtener las reacciones se va a utilizar Poincaré. Cada una de las reacciones se obtendrá por separado
La reacción horizontal (reacción en B), se obtiene proyectando sobre un plano vertical las presiones correspondientes a cada una de las profundidades. Teniendo en cuenta que las presiones varían linealmente entre E ($p_E = 0.00\,N/m^2$) y D ($p_D = \rho_1 g R = 7848\,N/m^2$) y entre D y F ($p_F = p_D + \rho_2 g R = 19620\,N/m^2$)

$$R_B = \frac{p_E + p_D}{2}R + \frac{p_D + p_F}{2}R = \left(\frac{p_E + p_F}{2} + p_D\right)R = \left(\frac{0.00 + 19620}{2} + 7848\right)\frac{2.00}{2} = 17658\,N \tag{1.82}$$

Para la obtención de la reacción vertical se comienza obteniendo el área transversal del cilindro

$$S = \pi\frac{D^2}{4} = \pi\frac{2.00^2}{4} = 3.14159\,m^2 \tag{1.83}$$

Si tomamos como plano de referencia el de la superficie, se tiene que la reacción vertical es:

$$R_A = Peso + S_{CED}\gamma_1 - S_{OCED}\gamma_1 - S_{ODA}\gamma_2 \tag{1.84}$$

siendo:

$S_{OCD} = S_{ODA} = \frac{S}{4} = 0.7854$	Area de un cuarto de sección transversal
$S_{CED} = R^2 - \frac{S}{4} = 0.2146$	Area de la cuña por encima del cilindro
$S_{OCED} = R^2$	Area del cuadrado que contiene $\frac{1}{4}$ del cilindro

Operando la expresión anterior se llega a:

$$R_A = Peso - S_{OCD}\gamma_1 - S_{ODA}\gamma_2 R_A = 25000 - (800 + 1200)\,0.7854 \cdot 9.81 = 9590.488\,N \tag{1.85}$$

que se corresponde con el peso del cilindro menos el peso del volumen desalojado en cada uno de los fluidos de la parte sumergida del cilindro.

◀

Ejercicio 8

1.23882.00 Se comienza calculando una serie de valores fácilmente obtenibles como son:

- Caudal unitario: $q = \frac{Q}{b} = \frac{9.00}{1.2388} = 4.50\,\frac{m^3}{s \cdot m}$
- Calado crítico: $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.50^2}{9.81}} = 1.27326\,m$
- Perímetro mojado en reg. uniforme: $P = b + 2y_u = 1.2388 + 2 \cdot 2.41 = 6.82\,m$
- Superficie mojada en reg. uniforme: $S = b \cdot y_u = 1.2388 \cdot 2.41 = 4.82\,m^2$
- Pendiente del canal: $I_o = \frac{n^2 Q^2 P^{4/3}}{S^{10/3}} = \frac{0.025^2 9.00^2 6.82^{4/3}}{4.82^{10/3}} = 0.00346$
- Número de Froude al cuadrado: $F^2 = \frac{q^2}{g y_u^3} = \frac{4.50^2}{9.81 \cdot 2.41^3} = 0.14747$
- Número de Froude: $F = \sqrt{0.14747} = 0.38402$

Con todo ello resulta que el canal tiene pendiente suave por tanto la propagación se hace desde aguas abajo. Esto implica que la cota en la toma viene dada por la curva de Köch. Para ello se determina la energía específica con los datos del calado uniforme:

$$H_b^o = y_u + \frac{q^2}{2 g y_u^2} = 2.41 + \frac{4.50^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 2.41^2} = 2.5877\,m \tag{1.86}$$

El valor de esta energía específica se corresponde con el nivel del depósito 2 cuando le sumamos la cota de la toma.

$$z_b = H_b^o + z = 2.5877 + 90.00 = 92.5877\,m \tag{1.87}$$

Ahora se calcula el nivel necesario en el depósito 1 para que circule el caudal de régimen uniforme por la tubería que une ambos depósitos. Para ello se plantea el Bernoulli entre ambos depósitos:

$$z_a + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_b + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.88}$$

Las velocidades (v_1 y v_2) y las presiones (p_1 y p_2) son nulas en las superficies de los depósitos. Las pérdidas de carga localizadas se corresponden con la salida del depósito 1 y la entrada al 2:

$$\Delta H_l = \frac{v^2}{2g}(\varphi_1 + 1) = \frac{1.83346^2}{2 \cdot 9.81}(0.50 + 1) = 0.257\,m \tag{1.89}$$

siendo la velocidad en la tubería $v = \frac{Q}{S_t} = 1.83346\,m/s$ y $S_t = \pi\frac{D^2}{4} = 4.90874\,m^2$ su superficie transversal.

La pérdida de carga continua se determina como:

$$\Delta H_c = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L \tag{1.90}$$

y	R_H	v	H^0	$I\cdot 100$	ΔH	$I_m\cdot 100$	Δx	x
3.0798	0.5157	2.3589	3.3636	0.8409	0	0	0	0
2.9458	0.5118	2.4662	3.256	0.9285	0.1076	0.8847	19.974	19.974
2.8118	0.5076	2.5838	3.1522	1.0305	0.1038	0.9795	16.3852	36.3592
2.6778	0.503	2.713	3.0531	1.15	0.0991	1.0903	13.3145	49.6737
2.5438	0.4981	2.856	2.9597	1.2911	0.0934	1.2206	10.6792	60.3529
2.4098	0.4928	3.0148	2.8733	1.4594	0.0864	1.3753	8.3941	68.747

Tabla 1.6: Curva de remanso del tipo S1 aguas arriba del depósito 1

El problema es que hay que determinar la f de Darcy previamente. Para ello partimos de un valor de $f = 0.017$ y hacemos un par de iteraciones en la fórmula de Colebrook, con un número de Reynolds dado por $R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{1.83346\cdot 2.50}{1\cdot 10^{-6}} = 4583662$:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.0005}{2.50}}{3.715} + \frac{2.51}{4583662\sqrt{0.017}}\right) = 8.53671 \quad (1.91)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.0005}{2.50}}{3.715} + \frac{2.51}{4583662}8.53671\right) = 8.53682 \quad (1.92)$$

Con este valor se obtiene una $f = \frac{1}{8.53682^2} = 0.01372$ y la pérdida de carga continua:

$$\Delta H_c = \frac{0.01372}{2.50}\frac{1.83346^2}{2\cdot 9.81}250.00 = 0.2351\,m \quad (1.93)$$

Finalmente, el nivel del depósito 1 se obtiene despejando en el Bernoulli, resultando:

$$z_a = z_b + \Delta H_l + \Delta H_c = 90.00 + 0.257 + 0.2351 = 93.0798\,m \quad (1.94)$$

Desde este nivel se forma una curva de remanso del tipo S1 hacia aguas arriba hasta alcanzar el nivel de régimen uniforme. Este tipo de curva, no así el nivel, podia haberse deducido directamente al tener el canal igual cota a ambos lados del sifón lo que obliga a que el depósito 1 tenga mayor nivel que el 2 para poder hacer circular el agua por la tubería.

La integración de la curva de remanso puede verse en la tabla 1.6:

◄

Ejercicio 9

1.23882.00

Estudio del canal

El caudal unitario y el calado crítico se obtienen mediante:

- Caudal unitario: $q = \frac{Q}{b} = \frac{9.00}{1.2388} = 4.50 \, \frac{m^3}{s \cdot m}$
- Calado crítico: $y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.50^2}{9.81}} = 1.2733 \, m$

El calado de régimen uniforme se obtiene cuando la pendiente de pérdidas iguala a la pendiente geométrica del canal

$$I_o = I = \frac{n^2 Q^2}{S^2 R_H^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2 \left(b + 2y_u\right)^{4/3}}{\left(b \cdot y_u\right)^{10/3}} \quad \rightarrow \quad y_u = 2.0693 \, m \tag{1.95}$$

Otros parámetros fácilmente obtenibles son:

- Perímetro mojado en reg. uniforme: $P = b + 2y_u = 1.2388 + 2 \cdot 2.0693 = 6.1385 \, m$
- Superficie mojada en reg. uniforme: $S = b \cdot y_u = 1.2388 \cdot 2.0693 = 3.1416 \, m^2$
- Número de Froude al cuadrado: $F^2 = \frac{q^2}{g y_u^3} = \frac{4.50^2}{9.81 \cdot 2.0693^3} = 0.2330$
- Número de Froude: $F = \sqrt{0.2330} = 0.4827$

Como puede verse $F = 0.4827 < 1.0$ lo que implica que el régimen es lento.

Finalmente el caudal conjugado del uniforme se obtiene de:

$$y_{uc} = \frac{y_u}{2} \left(\sqrt{1 + 8F^2} - 1\right) = \frac{2.0693}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \cdot 0.4827} - 1\right) = 0.7163 \, m \tag{1.96}$$

Como la suma de la cota de la solera del canal más el calado de régimen uniforme es menor que la cota del depósito 1 ($3.70 + 2.0693 = 5.7693 < 6.00$), y el régimen es lento. El avance se hace desde aguas abajo mediante una curva del tipo $S1$.

Estudio de la tubería

El caudal que ha de circular por la tubería será el mismo que circula por el canal. Por tanto se puede calcular con facilidad los siguientes valores. Otros parámetros fácilmente obtenibles son:

- Area de la tubería: $S = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{2.00^2}{4} = 3.1416 \, m^2$
- Velocidad en la tubería: $S = b \cdot y_u = 1.2388 \cdot 2.0693 = 3.1416 \, m/s$
- Término de $\frac{v^2}{2g}$ $\frac{2.8648^2}{2g} = 0.4183 \, m$

y	R_H	v	H^0	$I\cdot 100$	ΔH	$I_m\cdot 100$	Δx	x
2.3	0.488	3.1588	2.8088	2.3374	0	0	0	0
2.2539	0.4859	3.2234	2.7837	2.448	0.0251	2.3927	1.3261	1.3261
2.2078	0.4837	3.2907	2.76	2.5668	0.0237	2.5074	1.1806	2.5067
2.1617	0.4814	3.3608	2.7377	2.6943	0.0223	2.6306	1.0467	3.5534
2.1156	0.4791	3.4341	2.717	2.8312	0.0207	2.7628	0.9148	4.4682
2.0695	0.4767	3.5106	2.698	2.9786	0.019	2.9049	0.7901	5.2583

Tabla 1.7: Curva de remanso del tipo S1 aguas arriba del depósito 1

- Número de Reynolds: $R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{2.8648\cdot 2.00}{1.00E-06} = 5729577.95$
- Término $\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715}$: $\frac{\frac{0.00050}{2.00}}{3.715} = 6.729E-05$
- Término $\frac{2.51}{R_e}$: $\frac{2.51}{R_e} = 4.381E-07$

La f de Darcy se obtiene iterando en la fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e}\frac{1}{\sqrt{f}}\right) = -2\log_{10}\left(6.729E-05 + 4.381E-07\frac{1}{\sqrt{f}}\right) \tag{1.97}$$

Como valor de partida se ha utilizado $f = 0.014 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 8.4515$, que iterando:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}(6.729E-05 + 4.381E-07\cdot 8.4515) = 8.29752 \tag{1.98}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}(6.729E-05 + 4.381E-07\cdot 8.29752) = 8.29834 \tag{1.99}$$

$$f = 0.01452 \tag{1.100}$$

Planteando Bernouilli entre el depósito 1 y 2, se obtiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.101}$$

Las condiciones de contorno en la superficie de ambos depósitos son: $z_1 = 6.00\,m$, $z_2 = 42.00\,m$ y $\frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} = 0$

Las pérdidas de carga localizadas son a la salida del depósito 1 ($\varphi_1 = 0.50$), en la bomba ($\varphi_2 = 2.50$) y en la entrada en el depósito 2 ($\varphi = 1$), resultando:

$$\Delta H_l = (\varphi_1 + \varphi_2 + 1)\frac{v^2}{2g} = (0.50 + 2.50 + 1)\frac{2.8648^2}{2g} = 1.6732\,m \tag{1.102}$$

La pérdida de carga continua es:

$$\Delta H_c = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L = \frac{0.01452}{2.00}\frac{2.8648^2}{2g}1000.00 = 3.0372\,m \tag{1.103}$$

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
5.8	0.5596	1.2526	5.88	0.3062	0	0	0	0
5.754	0.5592	1.2626	5.8353	0.3114	0.0447	0.3088	-23.3787	-23.3787
5.708	0.5588	1.2728	5.7906	0.3168	0.0447	0.3141	-24.0452	-47.4239
5.662	0.5583	1.2831	5.746	0.3223	0.0446	0.3196	-24.7228	-72.1467
5.616	0.5579	1.2936	5.7013	0.3279	0.0447	0.3251	-25.5575	-97.7042
5.57	0.5574	1.3043	5.6568	0.3338	0.0445	0.3309	-26.3158	-124.02

Tabla 1.8: Curva de remanso del tipo S1 aguas arriba del depósito 1

Finalmente la altura elevada por la bomba en el punto de funcionamiento es:

$$H_B = z_2 - z_1 + \Delta H_l + \Delta H_c = 42.00 - 6.00 + 1.6732 + 3.0372 = 40.7104\, m \tag{1.104}$$

Por tanto el parámetro de la bomba puede obtenerse en el punto de funcionamiento donde la altura elevada es la calculada y el caudal el circulante por la tubería

$$b = \frac{H_B - 61.00}{Q^2} = \frac{40.7104 - 61.00}{9.00^2} = 0.2505\, m \tag{1.105}$$

La altura de máxima energía se obtiene tras la bomba. Partiendo del depósito 1, se tiene:

$$H_{max} = z_1 + H_B + (\varphi_1 + \varphi_2)\frac{v_2^2}{2g} + \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L = \tag{1.106}$$

$$6.00 + 40.7104 + (0.50 + 2.50)\frac{2.8648^2}{2g} + \frac{0.01452}{2.00}\frac{2.8648^2}{2g}3.00 = 45.45\, m \tag{1.107}$$

Modificación del canal

Lo primero que hay que hacer es saber el calado que tiene el canal a una distancia $d = 50.00\, m$ del depósito. Para ello se integra la curva de remanso partiendo de un calado $y_A = 6.00 - 3.70 - 3.50 = 5.8000\, m$

Tras estos intervalos se supone un calado antes del escalón de $y_B = 5.5700\, m$.

La energía específica para ese calado es:

$$H_B^0 = y_B + \frac{Q^2}{2gb^2y_B^2} = 5.5700 + \frac{9.00^2}{2g1.2388^2 5.5700^2} = 5.6033\, m \tag{1.108}$$

En la dirección de propagación (aguas arriba) la energía específica al otro lado del escalón (Punto D) es mayor que la energía específica correspondiente al calado crítico (H_c^0) por lo que no hay cambio de régimen.

$$H_D^0 = H_B^0 - \Delta Z = 5.6033 - 3.50 = 2.1033\, m > H_c^0 = \frac{3}{2}y_c = 1.9099\, m \tag{1.109}$$

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.7761	0.4592	4.0905	2.6293	4.2507	0	0	0	0
1.8347	0.4631	3.9599	2.6343	3.9389	-0.005	4.0948	-0.1391	-0.1391
1.8933	0.4667	3.8373	2.6442	3.6608	-0.0099	3.7999	-0.3	-0.4391
1.9519	0.4702	3.7221	2.6584	3.4102	-0.0142	3.5355	-0.4678	-0.9069
2.0105	0.4735	3.6136	2.6764	3.1844	-0.018	3.2973	-0.6435	-1.5504
2.0691	0.4767	3.5112	2.6978	2.9796	-0.0214	3.082	-0.8288	-2.3792

Tabla 1.9: Curva de remanso del tipo S2 aguas arriba del escalón

El calado de régimen lento correspondiente a esta energía específica se determina resolviendo la ecuación de tercer grado siguiente:

$$H_D^0 = y_D + \frac{Q^2}{2gb^2y_C^2} = y_D + \frac{9.00^2}{2g1.2388^2y_C^2} = 2.1033 \quad \rightarrow \quad y_D = 1.7761\, m \tag{1.110}$$

A partir de ese calado se produce una curva del tipo S2 hasta alcanzar el régimen uniforme aguas arriba del escalón

◀

Ejercicio 10

a

$$Q_1 = P_1 U_1 \quad \rightarrow \quad U_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{11.89}{25.84} = 0.46 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.111}$$

$$Q_2 = P_1 U_2 + P_2 U_1 \quad \rightarrow \quad U_2 = \frac{Q_2 - P_2 U_1}{P_1} = \frac{47.36 - 120 \cdot 0.46}{25.84} = 1.28 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.112}$$

$$Q_3 = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1 \quad \rightarrow \quad U_3 = \frac{Q_3 - P_2 U_2 - P_3 U_1}{P_1} = \frac{152.35 - 120 \cdot 1.28 - 31.05 \cdot 0.46}{25.84} = 3.54 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.113}$$

$$Q_4 = P_1 U_4 + P_2 U_3 + P_3 U_2 + P_4 U_1 \quad \rightarrow \quad U_4 = \frac{Q_4 - P_2 U_3 - P_3 U_2 - P_4 U_1}{P_1} = \frac{333.48 - 120 \cdot 3.54 - 31.05 \cdot 1.28 - 30.10 \cdot 0.46}{25.84} = 5.84 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.114}$$

$$Q_5 = P_1 U_5 + P_2 U_4 + P_3 U_3 + P_4 U_2 \quad \rightarrow \quad U_5 = \frac{Q_5 - P_2 U_4 - P_3 U_3 - P_4 U_2}{P_1} = \frac{491.83 - 120 \cdot 5.84 - 31.05 \cdot 3.54 - 30.10 \cdot 1.28}{25.84} = 4.23 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.115}$$

$$Q_6 = P_1 U_6 + P_2 U_5 + P_3 U_4 + P_4 U_3 \quad \rightarrow \quad U_6 = \frac{Q_6 - P_2 U_5 - P_3 U_4 - P_4 U_3}{P_1} = \frac{569.55 - 120 \cdot 4.23 - 31.05 \cdot 5.84 - 30.10 \cdot 3.54}{25.84} = 2.45 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.116}$$

$$Q_7 = P_1 U_7 + P_2 U_6 + P_3 U_5 + P_4 U_4 \quad \rightarrow \quad U_7 = \frac{Q_7 - P_2 U_6 - P_3 U_5 - P_4 U_4}{P_1} = \frac{482.92 - 120 \cdot 2.45 - 31.05 \cdot 4.23 - 30.10 \cdot 5.84}{25.84} = 1.42 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.117}$$

$$Q_8 = P_1 U_8 + P_2 U_7 + P_3 U_6 + P_4 U_5 \quad \rightarrow \quad U_8 = \frac{Q_8 - P_2 U_7 - P_3 U_6 - P_4 U_5}{P_1} = \frac{297.43 - 120 \cdot 1.42 - 31.05 \cdot 2.45 - 30.10 \cdot 4.23}{25.84} = 0.52 \, \frac{m^3/s}{mm} \tag{1.118}$$

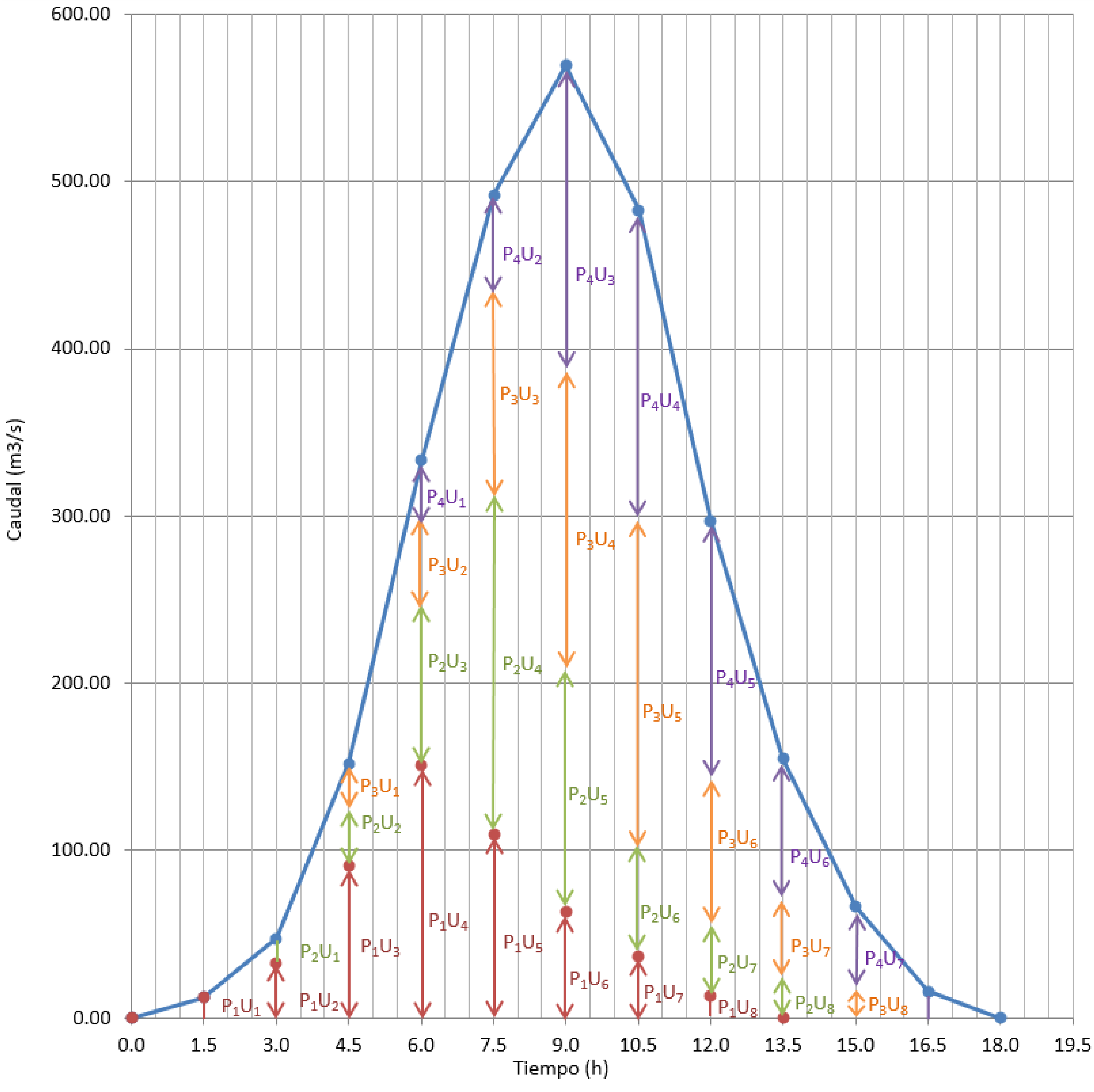


Figura 1.1: Hidrograma de escorrentía directa

Por lo tanto el hidrograma unitario asociado a su correspondiente hietograma es el siguiente:

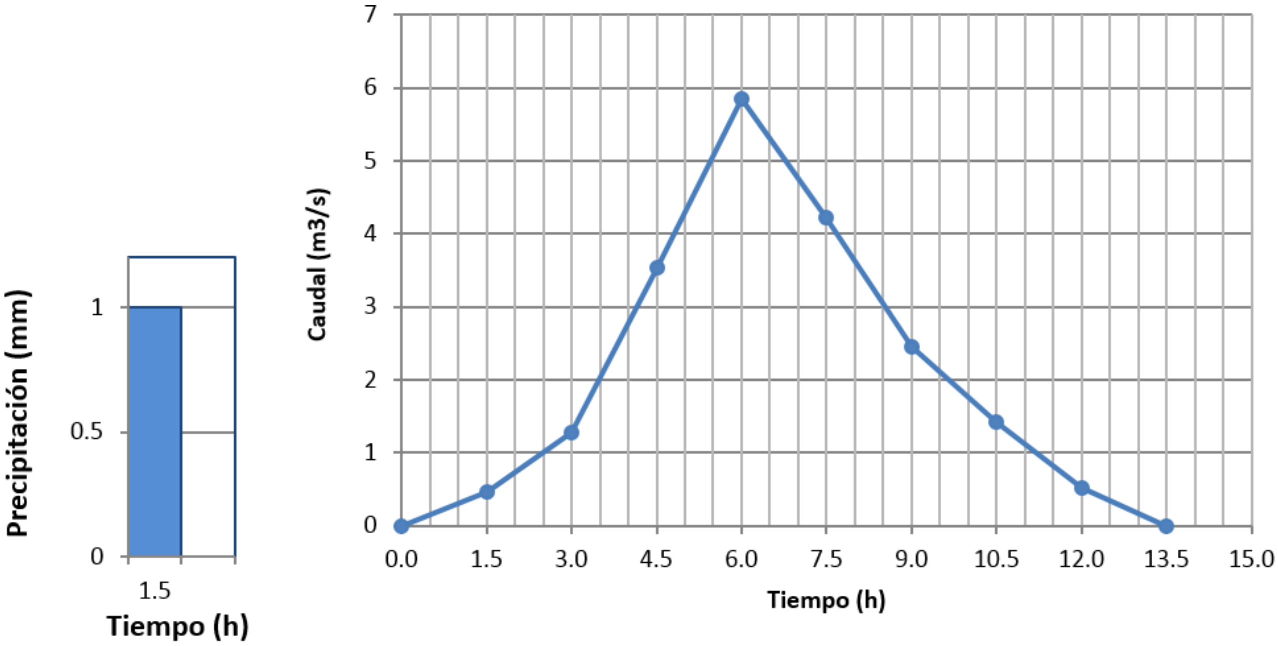


Figura 1.2: Hidrograma unitario

El hidrograma en S el hidrograma unitario de una duración de 3 h a partir del hidrograma unitario de 1.5 h obtenido en el apartado anterior se muestra en la tabla 1.10

Hidrograma Unitario			Hidrograma Unitario		
t(h)	$HU_{1.5horas}$	H en S	H en S'	H en S'	HU_{3horas}
0,00	0,00	0,00		0,00	0,00
1,50	0,46	0,46		0,46	0,23
3,00	1,28	1,74	0,46	1,28	0,64
4,50	3,54	5,28	1,74	3,54	1,77
6,00	5,84	11,12	5,28	5,84	2,92
7,50	4,23	15,35	11,12	4,23	2,12
9,00	2,45	17,80	15,35	2,45	1,23
10,50	1,42	19,22	17,80	1,42	0,71
12,00	0,52	19,74	19,22	0,52	0,26
13,50	0,00	19,74	19,74	0,00	0,00

Tabla 1.10: Hidrograma unitario para 1,5 horas

Por lo tanto el hidrograma unitario asociado a su correspondiente hietograma es el siguiente:

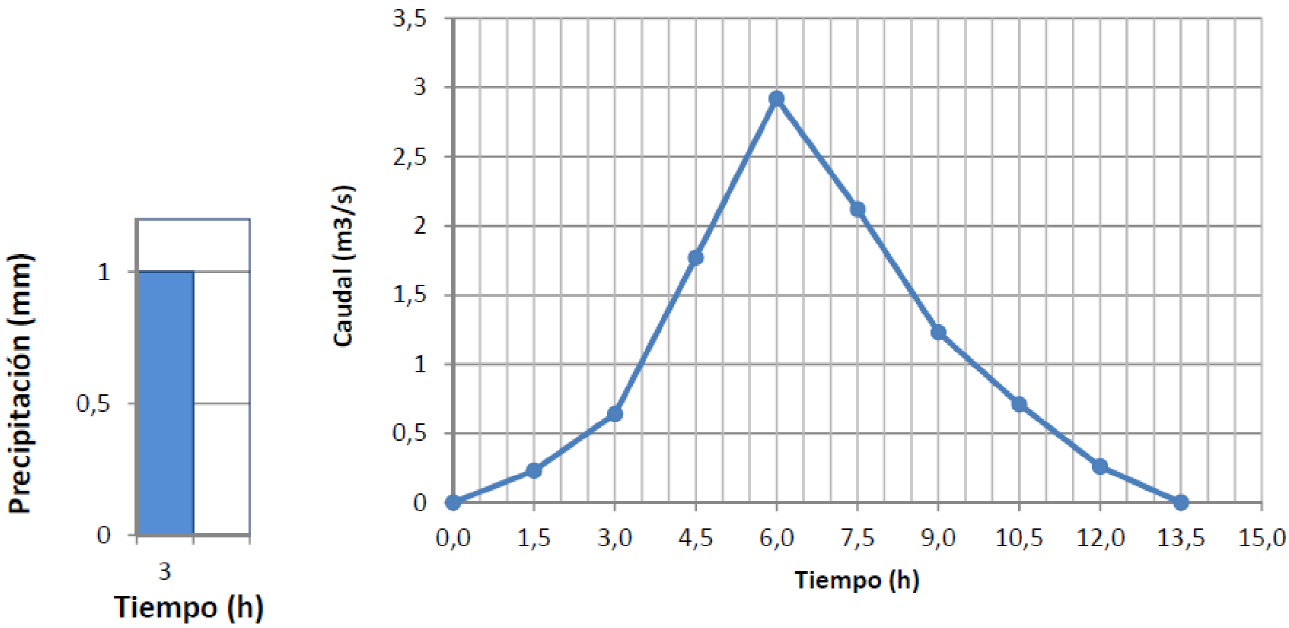


Figura 1.3: Hidrograma unitario