Hidráulica e Hidrología:
Exámenes del curso 2014-2015

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Jaime García Palacios

Eduardo Martínez Olmos

Isabel Granados García

2016

Otros autores que han colaborado en esta obra son:

- Francisco Laguna Peñuelas
- Cristian Ponce Farfán
- Luis Garrote de Marcos
- Eduardo Martínez Marín

Los autores agradecen las mejoras, correcciones y contribuciones que puedan mejorar el siguiente contenido:

jaime.garcia.palacios@upm.es

Contents

1 Exámenes del curso 2014-2015 **5**

1.1 Parcial de Octubre de 2014 5

Ejercicio 1 5

Ejercicio 2 7

1.2 Final de Enero de 2015 8

Ejercicio 3 8

Ejercicio 4 10

Ejercicio 5 12

1.3 Final de Julio de 2015 12

Ejercicio 6 12

Ejercicio 7 15

Ejercicio 8 17

Soluciones a los Ejercicios 21

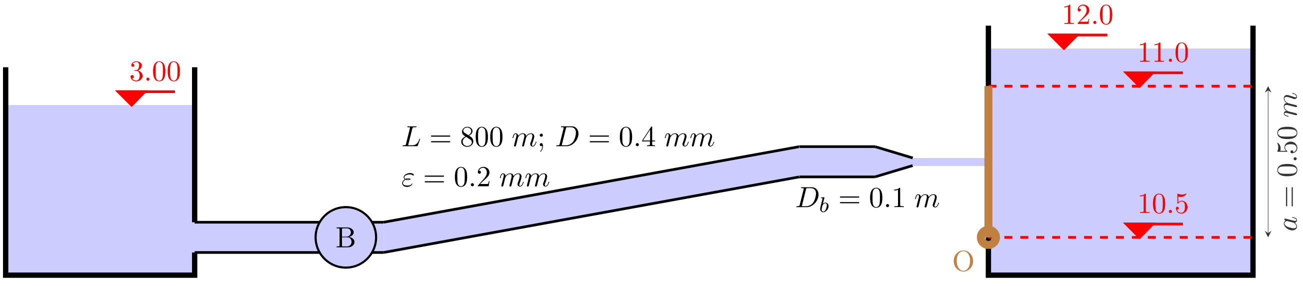
Exámenes del curso 2014-2015 I

1.1 Parcial de Octubre de 2014

Ejercicio 1

El esquema de la figura representa un depósito A de nivel fijo z_A, con una conducción de salida de diámetro D, longitud L y una rugosidad ε. En la conducción existe una bomba que termina en una boquilla de diámetro $D/4$ en la que no se producen pérdidas de carga localizadas. El chorro horizontal empuja una compuerta cercana en su punto medio. La compuerta es cuadrada de lado a, gira sobre O y se mantiene cerrada por la fuerza del chorro mientras el nivel del depósito B no supere la cota z_B. Se pide:

1. Dibuje y acote las presiones en la compuerta y determine el valor y posición de la resultante
2. Fuerza ejercida por el chorro para mantener la compuerta cerrada
3. Caudal circulante por la conducción
4. Presión en la parte ancha de la boquilla expresado en m.c.a.
5. Pendiente de pérdidas en la conducción
6. Altura de elevación de la bomba
7. Dibuje sobre el esquema la línea piezométrica acotando los puntos más relevantes suponiendo la bomba a 100 m del depósito A



Considerar la gravedad 9.81 m/s^2 y la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$

Test.

1. Presión en la parte alta de la compuerta $P_1 =$ Ans N/m^2

2. Presión en la parte baja de la compuerta $P_2 =$ Ans N/m^2

3. Resultante de presiones $E_c =$ Ans N

4. Fuerza del chorro $N =$ Ans N

5. Caudal circulante $Q =$ Ans m^3/s

6. Presión en la parte ancha de la boquilla $P_2 =$ Ans N/m^2

7. Obtener la pendiente de pérdidas $I =$ Ans $-$

8. Salto requerido en la bomba $\Delta H_{bomba} =$ Ans m

Ejercicio 2

El esquema de la figura representa un depósito A de nivel fijo z_A, con una conducción de salida de diámetro D, longitud L y una rugosidad ε. En la conducción existe una bomba que termina en una boquilla de diámetro $D/4$ en la que no se producen pérdidas de carga localizadas. El chorro horizontal empuja una compuerta cercana en su punto medio. La compuerta es cuadrada de lado a, gira sobre O y se mantiene cerrada por la fuerza del chorro mientras el nivel del depósito B no supere la cota z_B. Se pide:

1. Dibuje y acote las presiones en la compuerta y determine el valor y posición de la resultante
2. Fuerza ejercida por el chorro para mantener la compuerta cerrada
3. Caudal circulante por la conducción
4. Presión en la parte ancha de la boquilla expresado en m.c.a.
5. Pendiente de pérdidas en la conducción
6. Altura de elevación de la bomba
7. Dibuje sobre el esquema la línea piezométrica acotando los puntos más relevantes suponiendo la bomba a 100 m del depósito A

Considerar la gravedad 9.81 m/s^2 y la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$

Test.

1. Presión en la parte alta de la compuerta $P_1 =$ [ ] Ans N/m^2

2. Presión en la parte baja de la compuerta $P_2 =$ [ ] Ans N/m^2

3. Resultante de presiones $E_c =$ [ ] Ans N

4. Fuerza del chorro $N =$ [ ] Ans N

5. Caudal circulante $Q =$ [ ] Ans m^3/s

6. Presión en la parte ancha de la boquilla $P_2 =$ [ ] Ans N/m^2

7. Obtener la pendiente de pérdidas $I =$ [ ] Ans $-$

8. Salto requerido en la bomba $\Delta H_{bomba} =$ [ ] Ans m

1.2 Final de Enero de 2015

Ejercicio 3

Se quiere abastecer a los puntos A y B con un caudal continuo de 0.08 m^3/s y 0.08 m^3/s respectivamente. El agua se toma de un embalse a la cota 30 m y mediante una bomba de curva característica $H_b = 90 - 40Q^2$ conectada en una conducción de diámetro $D = 0.40$ m, rugosidad $\varepsilon = 0.20$ mm y longitud $L_1 = 2000$ m se eleva a un depósito con superficie libre a la cota 100 m. Calcular

1. Caudal circulante entre el embalse y el depósito y altura de elevación de la bomba 3 pt
2. Sabiendo que para poder considerar el depósito como de nivel constante la bomba no puede estar parada mas de una hora, cada cuanto tiempo hay que reiniciar la bomba 1 pt

La salida del depósito intermedio se realiza con una tubería hasta C de diámetro $D = 0.30$ m y longitud $L_2 = 800$ m mas dos ramales, $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$, de igual longitud $L_3 = L_4 = 500$ m y diámetro a determinar que descargan respectivamente a un depósito a la cota 80 m y libremente a la atmósfera a la misma cota 80 m. Suponer constante la f de Darcy en todos los tramos de valor igual al obtenido en el tramo del embalse al depósito.

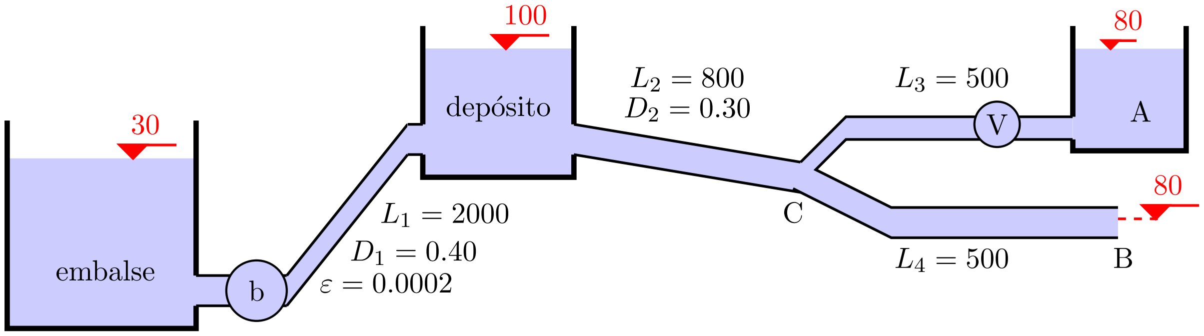
3 Determinar la altura de energía en el punto C 1 pt

Se quiere dimensionar la conducción con diámetros comerciales cada 10 mm

4 Elegir los diámetros de los tramos $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$ que cumplen el caudal mínimo demandado en A y B 2 pt

5 Determinar el coeficiente de pérdida de carga localizada que hay que dar en la válvula V y la longitud ΔL_4 que debe incrementarse la tubería $\overline{CB}$ para que el caudal de salida sea justo el demandado 2 pt

6 Dibujar las líneas de energía en todo el sistema 1pt



Considerar la gravedad 9.81 m/s^2 y la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6}$ m^2/s

Test.

1. Caudal circulante entre el embalse y el depósito $Q =$ [ ] Ans m^3/s

2. Altura de elevación de la bomba $H_b =$ [ ] Ans m

3. Tiempo de reinicio de la bomba $t =$ [ ] Ans s

4. Altura de energía en C $H_C =$ [ ] Ans m

5. Diámetro comercial an el tramo $\overline{CA}$ $D_{\overline{CA}} =$ [ ] Ans m

6. Diámetro comercial an el tramo $\overline{CB}$ $D_{\overline{CB}} =$ [ ] Ans m

7. Coeficiente de pérdida de carga localizada en la válvula φ [ ] Ans $-$

8. Incremento de longitud en el tramo $\overline{CB}$ $\Delta L_{\overline{CB}} =$ [ ] Ans m

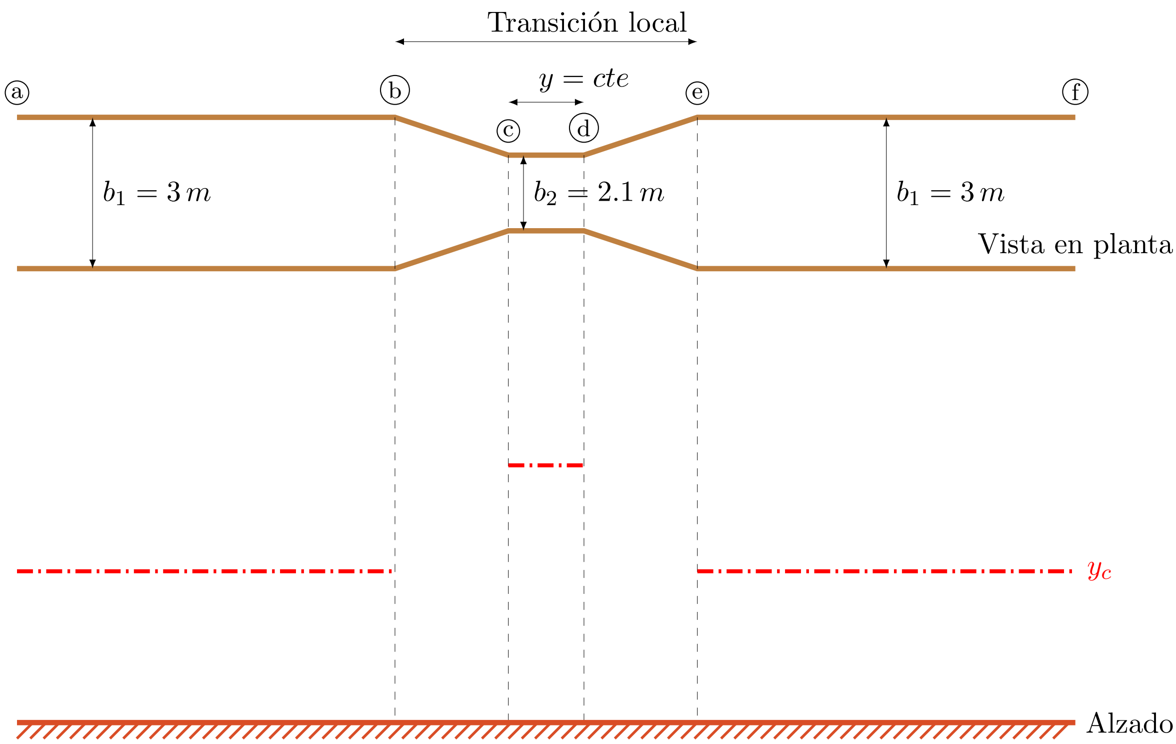
Ejercicio 4

Un canal rectangular de ancho $b_1 = 3\,m$, número de Manning $n = 0.016$ y pendiente $I = 0.002$ pasa por una zona en la que hay que reducir el ancho a $b_2 = 2.1\,m$ durante una longitud muy corta en la que el calado puede considerarse constante (transición local) conservando la pendiente y el número de Manning. Cuando el caudal de circulación es $Q = 6.0\,m^3/s$. Se pide

1. Calcular los calados uniformes y críticos en cada uno de los tramos y clasificar las pendientes.
2. **Dibujar, y acotar** el perfil de la lámina de agua en todos los puntos, indicando el tipo de curva de remanso que se forma **sobre la figura**.
3. Integrar la curva de remanso que se produce en la zona de aguas arriba de la transición local.

Se quiere evitar que haya un cambio de régimen en la transición. Para ello se quiere meter una variación de la cota de la solera en la zona del estrechamiento, con escalón en la zona del estrechamiento e igual escalón en el ensanchamiento pero de sentido contrario. Determinar

4 Tipo de escalón a meter, ascendente o descendente según el sentido de circulación del agua, y altura del mismo para que no haya cambio de régimen



Por motivos prácticos, a la hora de resolver este ejercicio mediante este sistema, las preguntas se han modificado a las siguientes. De ésta forma se obtiene un procedimiento más ordenado de resolución.

Test.

1. Caudal unitario en la sección ancha (SA) Ans m

2. Caudal unitario en la sección estrecha (SE) Ans m

3. Calado crítico en la (SA) Ans m

4. Calado crítico en la (SE) Ans m

5. Calado uniforme en la (SA) Ans m

6. Calado uniforme en la (SE) Ans m

7. Calado conjugado del uniforme en la (SA) Ans m

8. Calado conjugado del uniforme en la (SE) Ans m

9. Pendiente en la (SA) [suave, fuerte] Ans

10. Pendiente en la (SE) [suave, fuerte] Ans

11. Ener. específica calado crítico (SA) $H^0_{y_{ca}}$ Ans m

12. Ener. específica calado crítico (SE) $H^0_{y_{cb}}$ Ans m

13. Ener. específica calado uniforme (SA) $H^0_{y_{ua}}$ Ans m

14. Ener. específica calado uniforme (SE) $H^0_{y_{ub}}$ Ans m

15. Tipo de curva de remanso en (SA) de aguas abajo Ans

16. Calado tras el cambio de sección aguas arriba y_7 Ans m

17. Tipo de curva de remanso en (SA) de aguas arriba Ans

18. Altura del escalón para evitar cambio de régimen Δz Ans m

Pulsar sobre la palabra ejercicio 4 al comienzo para ver la solución

Ejercicio 5

Una cuenca de 100 km^2 de extensión se ha estimado un valor del umbral de escorrentía (P_o) de 32 mm. Recientemente se ha registrado la siguiente tormenta de 7 horas:

tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6
Precipitacion (mm)	5	20	18	35	22	14	7

1. Calcular el número de curva (CN) para situación III (redondear el valor a número entero).
2. Calcular la distribución temporal de la lluvia neta o escorrentía (E) siguiendo el método del Número de Curva del SCS, para la tormenta registrada de 7 horas y el Número de Curva Tipo III.
3. El hidrograma unitario correspondiente a una tormenta de 1 mm es el siguiente:

tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
caudal (m^3/s)	0	0.5	1	2	4	3	2	1	0.5	0

Calcular el hidrograma resultante de la tormenta registrada de 7 horas, utilizando el método del hidrograma unitario.

4 ¿Cuál es el caudal punta de la tormenta?

Test.

1. Escorrentía $S =$ Ans mm

2. Número de curva para situación II $CN_{II} =$ Ans –

3. Número de curva para situación III $CN_{III} =$ Ans –

4. Caudal punta de la tormenta $Q_{max} =$ Ans m^3/s

1.3 Final de Julio de 2015

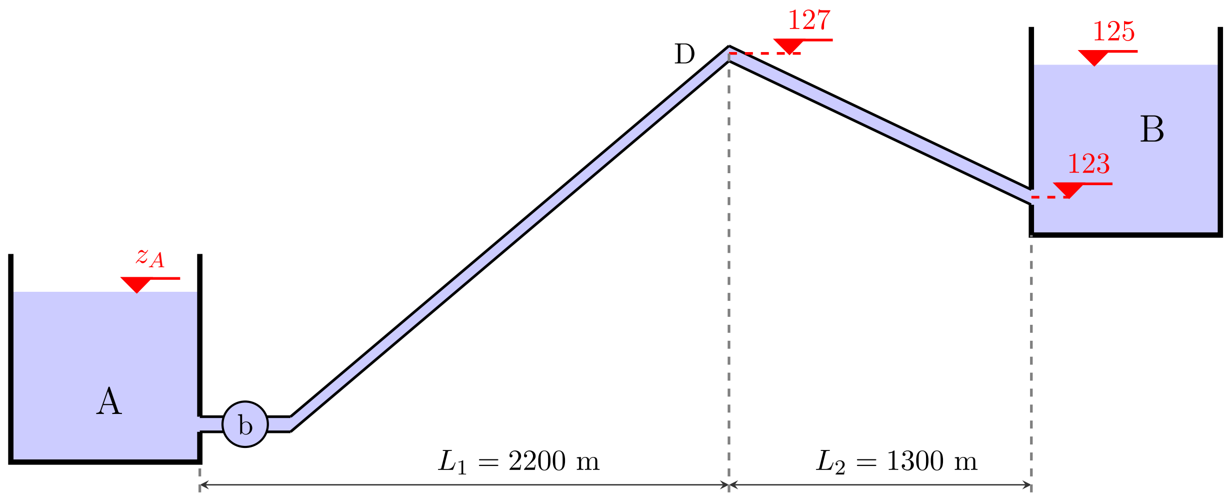
0.972620310979556633pt0.419870754721280215pt 0.972620310979556633pt0.770617222736339152pt 0.97262031097955
0.972620310979556633pt1.206660503450805968pt

Ejercicio 6

Una impulsión bombea aguas desde de un depósito, cuya cota de lámina de agua (z_A) puede considerarse constante, mediante una tubería de longitud $L = 3500$ m, diámetro $D = 0.90$ m y rugosidad absoluta $\varepsilon = 0.5$ mm a un depósito a la cota $z_B = 125$ m. En la figura, se adjunta el perfil longitudinal esquemático. En la estación de bombeo hay 5 bombas idénticas conectadas en paralelo. La curva característica de una sola bomba responde a la ecuación $H = 36 - 130 \cdot Q^2$ (m) con el caudal en $\mathrm{m^3/s}$. Cuando funcionan todas las bombas, el caudal bombeado es de $Q = 1.33\ \mathrm{m^3/s}$. Se pide:

1. Calcule la cota de lámina de agua del depósito A 3 pt
2. Calcule el mínimo número de bombas que pueden estar funcionando simultáneamente, con la condición de que la cota piezométrica esté, al menos, 1 m por encima de la rasante de la tubería 7 pt

Considerar la gravedad 9.81 m/s^2 y la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$



Test.

1. Velocidad en la conducción $v =$ Ans m/s

2. f de Darcy $f =$ Ans –

3. Pérdida de carga localizada $\Delta H_l =$ Ans m

4. Pérdida de carga continua $\Delta H_c =$ Ans m

5. Altura de elevación de la bomba $\Delta H_b =$ Ans m

6. Cota del depósito A $z_a =$ Ans m

7. Pendiente de pérdidas entre el punto D y el depósito $\Delta I =$ Ans –

8. f de Darcy para esta pendiente $f_2 =$ Ans –

9. Velocidad para esta pendiente $v_2 =$ Ans m/s

10. Caudal para esta pendiente (mínimo necesario) $Q_2 =$ Ans m^3/s

11. Caudal para cuando funciona una bomba $Q_{1b} =$ [ ] Ans [ ] m^3/s

12. Caudal para cuando funcionan dos bombas $Q_{2b} =$ [ ] Ans [ ] m^3/s

13. Caudal para cuando funcionan tres bombas $Q_{3b} =$ [ ] Ans [ ] m^3/s

14. Caudal para cuando funcionan cuatro bombas $Q_{4b} =$ [ ] Ans [ ] m^3/s

15. Número mínimo de bombas $N_{min} =$ [ ] Ans [ ] $-$

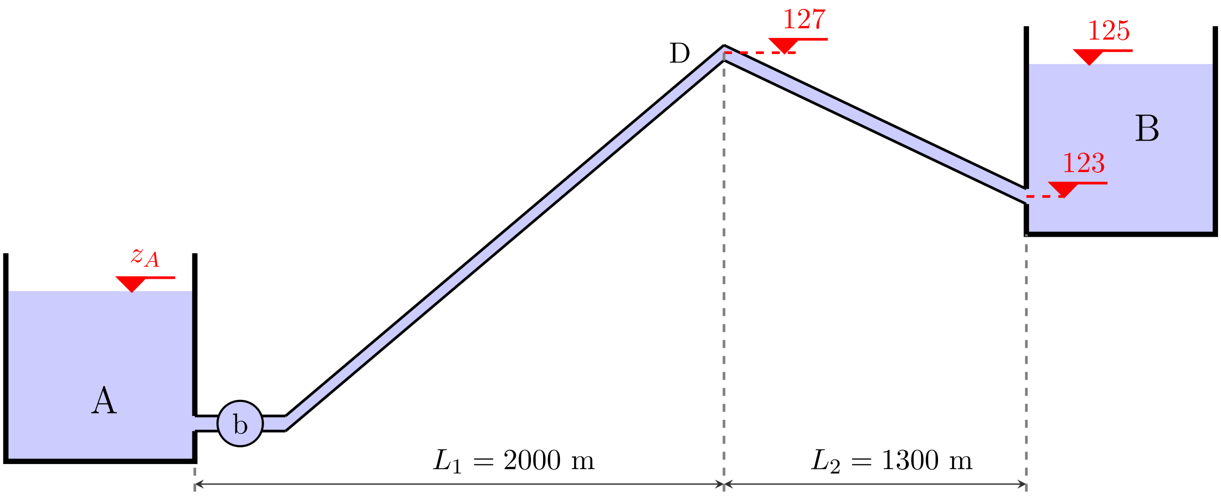
0.71432722493395921pt0.495970897858128907pt 0.71432722493395921pt0.865777528115553842pt 0.7143272
0.71432722493395921pt1.239101413888330864pt

Ejercicio 7

Una impulsión bombea aguas desde de un depósito, cuya cota de lámina de agua (z_A) puede considerarse constante, mediante una tubería de longitud $L = 3300$ m, diámetro $D = 0.80$ m y rugosidad absoluta $\varepsilon = 0.5$ mm a un depósito a la cota $z_B = 125$ m. En la figura, se adjunta el perfil longitudinal esquemático. En la estación de bombeo hay 5 bombas idénticas conectadas en paralelo. La curva característica de una sola bomba responde a la ecuación $H = 36 - 130 \cdot Q^2$ (m) con el caudal en m^3/s. Cuando funcionan todas las bombas, el caudal bombeado es de $Q = 1.33$ m^3/s. Se pide:

1. Calcule la cota de lámina de agua del depósito A — 3 pt
2. Calcule el mínimo número de bombas que pueden estar funcionando simultáneamente, con la condición de que la cota piezométrica esté, al menos, 1 m por encima de la rasante de la tubería 7 pt

Considerar la gravedad 9.81 m/s^2 y la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6}$ m^2/s



Test.

1. Velocidad en la conducción $v =$ Ans m/s

2. f de Darcy $f =$ Ans $-$

3. Pérdida de carga localizada $\Delta H_l =$ Ans m

4. Pérdida de carga continua $\Delta H_c =$ Ans m

5. Altura de elevación de la bomba $\Delta H_b =$ Ans m

6. Cota del depósito A $z_a =$ Ans m

7. Pendiente de pérdidas entre el punto D y el depósito $\Delta I =$ Ans –

8. f de Darcy para esta pendiente $f_2 =$ Ans –

9. Velocidad para esta pendiente $v_2 =$ Ans m/s

10. Caudal para esta pendiente (mínimo necesario) $Q_2 =$ Ans m^3/s

11. Caudal para cuando funciona una bomba $Q_{1b} =$ Ans m^3/s

12. Caudal para cuando funcionan dos bombas $Q_{2b} =$ Ans m^3/s

13. Caudal para cuando funcionan tres bombas $Q_{3b} =$ Ans m^3/s

14. Caudal para cuando funcionan cuatro bombas $Q_{4b} =$ Ans m^3/s

15. Número mínimo de bombas $N_{min} =$ Ans –

Ejercicio 8

Para abastecimiento de agua a Piedralaves se ha construido una presa de escollera con pantalla asfáltica en la garganta de Nuñocojo. La cuenca vertiente al embalse es de 678 ha y la capacidad de éste es de 0.35 hm^3. La altura de la presa es de 40 m. En el plano adjunto a escala 1/25.000 figura la cabecera de toda la cuenca vertiente de este cauce.

En la cuenca receptora del embalse existen 2 estaciones pluviométricas situadas a alturas diferentes, en las que se dispone de los datos en l/m2 de la lluvia máxima caída en 24 horas.

Año	Estación 1	Estación 2
1	39	51
1	107	-
3	72	80
4	111	123
5	-	144
6	69	61
7	30	40
8	62	58
9	123	147
10	46	52
11	75	93
12	98	124

Se pide:

1. Dibujar sobre el plano adjunto la cuenca receptora del embalse y la posición de la presa (3 puntos)
2. Completar los datos que faltan en cada una de las estaciones, mediante regresión ortogonal (3 puntos)
3. Indicar cuál es el coeficiente de correlación y explicar razonadamente cuál es la calidad de este coeficiente (1 punto)
4. Calcular la lluvia P_{max} en 24 horas, en mm, que puede caer en la cuenca en un periodo de retorno de 50 años a partir de los datos de la Estación 1, excluyendo el dato del año 5 (3 puntos)

Fórmula de Témez: $t_c = 0.3\left(\frac{L}{S^{0.25}}\right)^{0.76}$

Lluvia en 24 horas: $P_{24} = 1.13 P_{diaria}$

Caudal punto del método racional: $Q = C \cdot I \cdot A \cdot K$

Retención máxima potencial: $S = 25.4\left(\frac{1000}{CN_{II}} - 10\right)$

$$CN(I) = \frac{4.2CN(II)}{10 - 0.58CN(II)}; \qquad CN(III) = \frac{23CN(II)}{10 + 0.13CN(II)}$$

Intensidad de lluvia para el aguacero de duración 1 horas: $I_t = I_d \left(\frac{I_n}{I_d}\right)^{\frac{28^{0.1} - t^{0.2}}{28^{0.1} - 1}}$

Ajuste de Gumbel $P = P_0 - \frac{1}{a}\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]$ con los parámetros:

n	y_n	σ_n	n	y_n	σ_n	n	y_n	σ_n
8	0.4843	0.9043	36	0.5410	1.1313	64	0.5533	1.1793
10	0.4952	0.9497	38	0.5424	1.1363	66	0.5538	1.1814
12	0.5035	0.9833	40	0.5436	1.1413	68	0.5543	1.1834
14	0.5100	1.0095	42	0.5448	1.1458	70	0.5548	1.1854
16	0.5157	1.0316	44	0.5458	1.1499	80	0.5569	1.1938
18	0.5202	1.0493	46	0.5468	1.1538	90	0.5586	1.2007
20	0.5236	1.0628	48	0.5477	1.1574	100	0.5600	1.2065
22	0.5268	1.0754	50	0.5485	1.1607	150	0.5646	1.2253
24	0.5296	1.0864	52	0.5493	1.1638	200	0.5672	1.2360
26	0.5320	1.0961	54	0.5501	1.1667	300	0.5699	1.2479
28	0.5343	1.1047	56	0.5508	1.1696	400	0.5714	1.2545
30	0.5362	1.1124	58	0.5515	1.1721	500	0.5724	1.2588
32	0.5380	1.1193	60	0.5521	1.1747	750	0.5738	1.2651
34	0.5396	1.1255	62	0.5527	1.1770	1000	0.5745	1.2685

siendo: $a = \frac{\sigma_n}{\sigma}$; $P_0 = P_m - \frac{y_n}{\sigma_n}\sigma$; $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i^2 - nP_m^2\right)}$

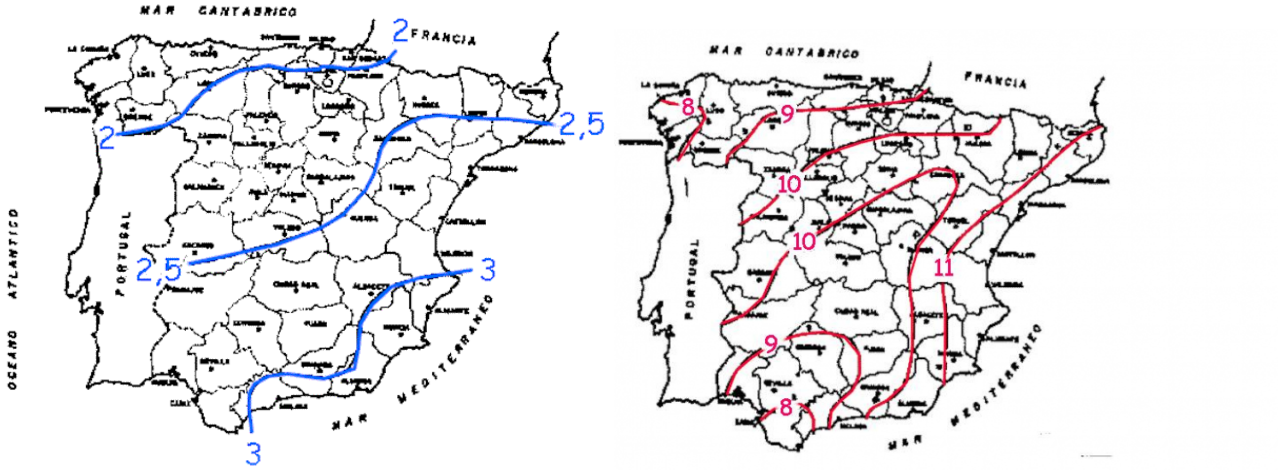


Figura 1.1: Coeficiente corrector del umbral de escorrentía y Mapa de isolíneas

Test.

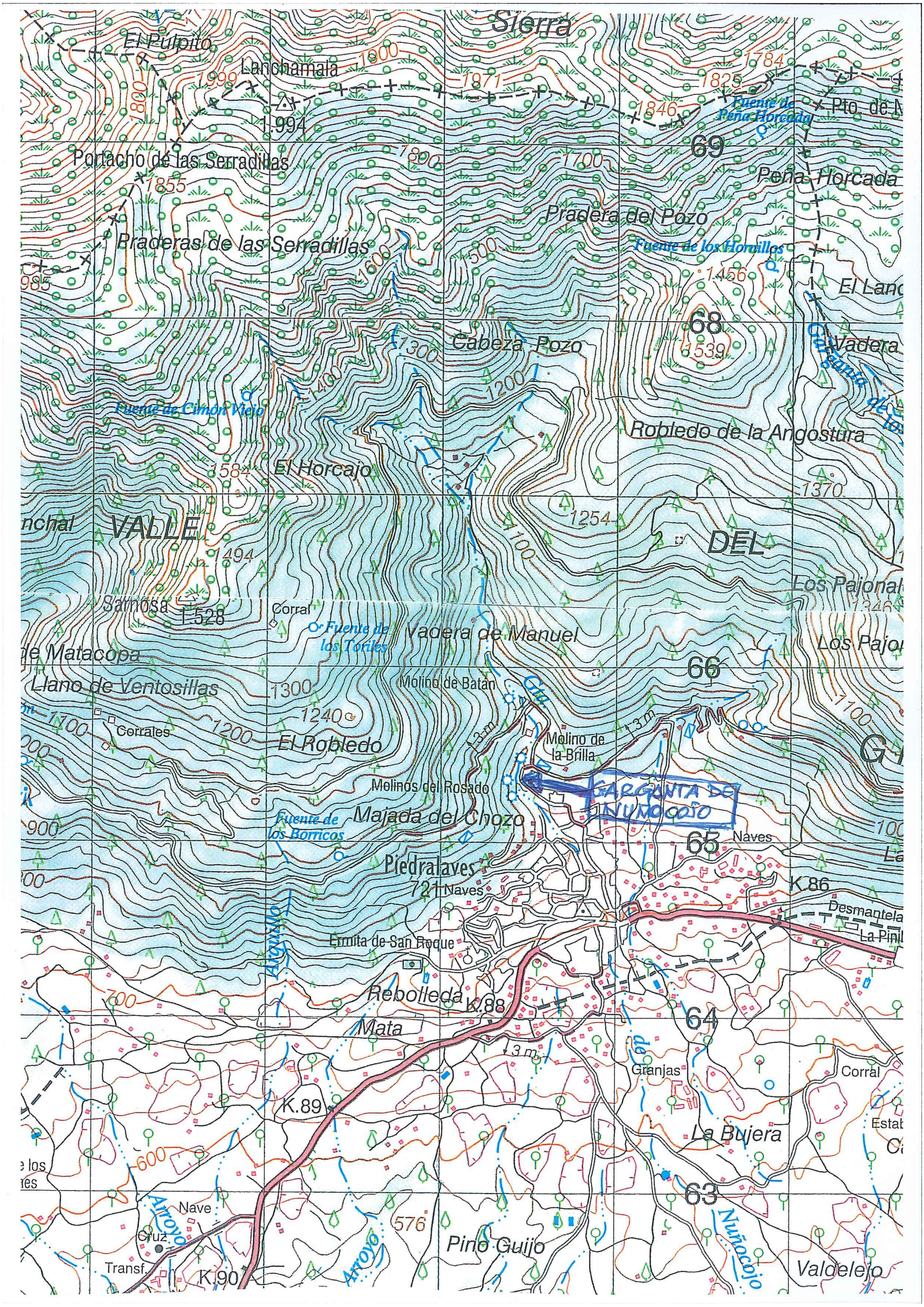
1. Coeficiente de correlación $\rho =$ Ans –

2. Pendiente de la recta de regresión $m =$ Ans –

3. Valor de y en la estación A $y =$ Ans –

4. Valor de x en la estación B $x =$ Ans –

5. Lluvia máxima en 24 horas P_{max} Ans mm


Sierra
El Púlpito
Lanchamala
1.994
Portacho de las Serradillas
Praderas de las Serradillas
Fuente de Peña Horcada
Pto. de
Peña Horcada
Pradera del Pozo
Fuente de los Hornillos
El Lanc
Cabeza Pozo
Vadera
Garganta de los
Fuente de Cimón Viejo
Robledo de la Angostura
El Horcajo
VALLE
DEL
Los Pajonal
Sarnosa
1.528
Corral
Fuente de los Toriles
Vadera de Manuel
de Matacopa
Llano de Ventosillas
Molino de Batán
Los Pajo
Corrales
El Robledo
Molino de la Brilla
Molinos del Rosado
GARGANTA DE NUÑOCOJO
Fuente de los Borricos
Majada del Chozo
Naves
Piedralaves
721 Naves
K.86
Desmantela
La Pinil
Ermita de San Roque
Rebolleda
K.88
Mata
Granjas
Corral
K.89
La Bujera
Nave
Arroyo
Cruz
Transf.
K.90
576
Pino Guijo
Nuñocojo
Valdelejo

Soluciones a los Ejercicios

Ejercicio 1

124.6991640826931845143.00 La variación de presiones en la compuerta es lineal con la profundidad siendo:

- Presión arriba: $P_1 = (z_B - z_C)\,\gamma = (12.0 - 11.0)\,9810.0 = 9810.0\,N/m^2$
- Presión abajo: $P_2 = (z_B - z_C + a)\,\gamma = (12.0 - 11.0 + 0.50)\,9810.0 = 14715.0\,N/m^2$

La resultante de presiones sobre la compuerta vendrá dada por:

$$E_c = \frac{P_1 + P_2}{2} a^2 = \frac{9810.0 + 14715.0}{2} 0.50^2 = 3065.6\,N \tag{1.1}$$

Este valor podría haberse obtenido igualmente mediante la presión a la profundidad del cdg de la compuerta ($d_{cdg} = z_B - z_C + \frac{a}{2} = 1.250\,m$) multiplicado por el área de la compuerta ($A_c = a^2 = 0.250\,m^2$).

El punto de aplicación se puede obtener medido desde la superficie mediante:

$$d_{Ec} = d_{cdg} + \frac{I_c}{d_{cdg} A_c} = 1.250 + \frac{\frac{0.50^4}{12}}{1.250 \cdot 0.250} = 1.26667\,m \tag{1.2}$$

La fuerza del chorro se obtiene de plantear momentos en O

$$M_O = OE_c \cdot E_c + OF \cdot F = 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{OE_c \cdot E_c}{OF} = \frac{(12.0 - 11.0 + 0.50 - 1.26667)\,3065.6}{\frac{0.50}{2}} = 2861.3\,N \tag{1.3}$$

Conocida la fuerza del chorro se plantea conservación de la variación de la cantidad de movimiento

$$N = \rho Q v + PS = \rho \frac{Q^2}{S_b} = F \tag{1.4}$$

siendo $S_b = \pi \frac{D_b^2}{4} = 3.1415 \frac{0.10^2}{4} = 0.00785\,m^2$ el área de la boquilla. Las presiones se anulan por ser un chorro que sale a la atmósfera y estar trabajando en presiones relativas.

De aquí se extrae el caudal como:

$$Q = \sqrt{\frac{S_b F}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.00785 \cdot 2861.3}{1000}} = 0.14991\,m^3/s \tag{1.5}$$

Conocido el caudal se pueden determinar las velocidades en la boquilla y la tubería:

$$\begin{aligned} v_b &= \frac{Q}{S_b} = \frac{0.14991}{0.00785} = 19.087\,m/s \\ v &= \frac{Q}{S} = \frac{0.14991}{0.12566} = 1.1929\,m/s \end{aligned} \tag{1.6}$$

siendo $S = \pi \frac{D^2}{4} = 3.1415 \frac{0.40^2}{4} = 0.12566\, m^2$ el área de la tubería.

Para obtener la presión en la parte ancha de la boquilla aplicamos Bernoulli entre ambos extremos de la boquilla:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.7}$$

de estos términos, consideramos iguales las cotas en ambos extremo de la boquilla, y nulas todas las pérdidas de carga. Además el chorro sale a la atmósfera por lo que $\frac{P_2}{\gamma} = 0$, obteniéndose:

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{1}{2g}\left(v^2 - v_b^2\right) = \frac{1}{2 \cdot 9.81}\left(1.1929^2 - 19.087^2\right) = 18.496\, mca \tag{1.8}$$

Para calcular la f de Darcy se utiliza la fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \tag{1.9}$$

El número de Reynolds para la circulación en la tubería será:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{1.1929 \cdot 0.40}{10^{-6}} = 477169.8 \tag{1.10}$$

Para resolver la ecuación de Colebrook partimos del valor

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715}\right) = 7.7420 \tag{1.11}$$

que metemos iterativamente dentro de la ecuación

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{f}} &= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{477169.8}7.7420\right) = 7.5124 \\ &= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{477169.8}7.5124\right) = 7.5184 \\ &= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{477169.8}7.5184\right) = 7.5182\end{aligned} \tag{1.12}$$

Finalmente, el valor de f resulta:

$$f = \left(\frac{1}{\sqrt{f}}\right)^2 = 0.01769 \tag{1.13}$$

Con este valor puedo obtenerse la pendiente de pérdidas:

$$I = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g} = \frac{0.01769}{0.40}\frac{1.1929^2}{2 \cdot 9.81} = 0.00321 \tag{1.14}$$

Para obtener la altura de elevación de la bomba (H_B) aplicamos Bernoulli entre el depósito y el extremo de la boquilla:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.15}$$

Punto	L. Energía	L. Piezométrica
Depósito	3.000	3.000
Tubería junto a depósito	3.000	2.927
Antes de la bomba	2.679	2.607
Después de la bomba	31.564	31.491
Parte ancha de la boquilla	29.318	29.246
Salida de la boquilla	29.318	10.750

Tabla 1.1: Cotas de las líneas de energía y piezométrica

Al no decir nada el problema, se supone que la salida del depósito esta abocinada y se desprecia esta pérdida de carga localizada igual que en la bomba y la boquilla. Los términos de presión en ambos extremos son nulos igual que la velocidad en A, resultando la altura de la bomba:

$$H_B = z_2 - z_A + \frac{v_b^2}{2g} + I \cdot L = 10.75 - 124.699164082693184514 + \frac{19.087^2}{2 \cdot 9.81} + 0.00321 \cdot 800.0 = 28.884\,m \tag{1.16}$$

siendo la cota en el extremo de la boquilla $z_2 = 12.0 - \left(12.0 - 11.0 - \frac{0.50}{2}\right) = 10.75\,m$

La pérdida de carga continua total es:

$$\Delta H_c = I \cdot L = 0.00321 \cdot 800.0 = 2.5664\,m \tag{1.17}$$

y hasta la bomba:

$$\Delta H_{c_{ABomba}} = I \cdot L_{ABomba} = 0.00321 \cdot 100.0 = 0.3208\,m \tag{1.18}$$

Finalmente las cotas de la línea de energía y piezométrica resultan pueden verse en la tabla 1.1

◀

Ejercicio 2

124.69916408269318451 45.00 La variación de presiones en la compuerta es lineal con la profundidad siendo:

- Presión arriba: $P_1 = (z_B - z_C)\,\gamma = (10.0 - 9.0)\,9810.0 = 9810.0\,N/m^2$
- Presión abajo: $P_2 = (z_B - z_C + a)\,\gamma = (10.0 - 9.0 + 0.60)\,9810.0 = 15696.0\,N/m^2$

La resultante de presiones sobre la compuerta vendrá dada por:

$$E_c = \frac{P_1 + P_2}{2} a^2 = \frac{9810.0 + 15696.0}{2} 0.60^2 = 4591.1\,N \tag{1.19}$$

Este valor podría haberse obtenido igualmente mediante la presión a la profundidad del cdg de la compuerta ($d_{cdg} = z_B - z_C + \frac{a}{2} = 1.300\,m$) multiplicado por el área de la compuerta ($A_c = a^2 = 0.360\,m^2$).

El punto de aplicación se puede obtener medido desde la superficie mediante:

$$d_{Ec} = d_{cdg} + \frac{I_c}{d_{cdg} A_c} = 1.300 + \frac{\frac{0.60^4}{12}}{1.300 \cdot 0.360} = 1.32308\,m \tag{1.20}$$

La fuerza del chorro se obtiene de plantear momentos en O

$$M_O = OE_c \cdot E_c + OF \cdot F = 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{OE_c \cdot E_c}{OF} = \frac{(10.0 - 9.0 + 0.60 - 1.32308)\,4591.1}{\frac{0.60}{2}} = 4237.9\,N \tag{1.21}$$

Conocida la fuerza del chorro se plantea conservación de la variación de la cantidad de movimiento

$$N = \rho Q v + PS = \rho \frac{Q^2}{S_b} = F \tag{1.22}$$

siendo $S_b = \pi \frac{D_b^2}{4} = 3.1415 \frac{0.10^2}{4} = 0.00785\,m^2$ el área de la boquilla. Las presiones se anulan por ser un chorro que sale a la atmósfera y estar trabajando en presiones relativas.

De aquí se extrae el caudal como:

$$Q = \sqrt{\frac{S_b F}{\rho}} = \sqrt{\frac{0.00785 \cdot 4237.9}{1000}} = 0.18244\,m^3/s \tag{1.23}$$

Conocido el caudal se pueden determinar las velocidades en la boquilla y la tubería:

$$v_b = \frac{Q}{S_b} = \frac{0.18244}{0.00785} = 23.229\,m/s$$
$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0.18244}{0.12566} = 1.4518\,m/s \tag{1.24}$$

siendo $S = \pi \frac{D^2}{4} = 3.1415 \frac{0.40^2}{4} = 0.12566\, m^2$ el área de la tubería.

Para obtener la presión en la parte ancha de la boquilla aplicamos Bernoulli entre ambos extremos de la boquilla:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.25}$$

de estos términos, consideramos iguales las cotas en ambos extremo de la boquilla, y nulas todas las pérdidas de carga. Además el chorro sale a la atmósfera por lo que $\frac{P_2}{\gamma} = 0$, obteniéndose:

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{1}{2g}\left(v^2 - v_b^2\right) = \frac{1}{2 \cdot 9.81}\left(1.4518^2 - 23.229^2\right) = 27.395\, mca \tag{1.26}$$

Para calcular la f de Darcy se utiliza la fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \tag{1.27}$$

El número de Reynolds para la circulación en la tubería será:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{1.4518 \cdot 0.40}{10^{-6}} = 580726.2 \tag{1.28}$$

Para resolver la ecuación de Colebrook partimos del valor

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715}\right) = 7.7420 \tag{1.29}$$

que metemos iterativamente dentro de la ecuación

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{f}} &= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{580726.2}7.7420\right) = 7.5124 \\
&= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{580726.2}7.5124\right) = 7.5184 \\
&= -2\log_{10}\left(\frac{\frac{0.00020}{0.40}}{3.715} + \frac{2.51}{580726.2}7.5184\right) = 7.5182
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Finalmente, el valor de f resulta:

$$f = \left(\frac{1}{\sqrt{f}}\right)^2 = 0.01753 \tag{1.31}$$

Con este valor puedo obtenerse la pendiente de pérdidas:

$$I = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g} = \frac{0.01753}{0.40}\frac{1.4518^2}{2 \cdot 9.81} = 0.00471 \tag{1.32}$$

Para obtener la altura de elevación de la bomba (H_B) aplicamos Bernoulli entre el depósito y el extremo de la boquilla:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.33}$$

Punto	L. Energía	L. Piezométrica
Depósito	5.000	5.000
Tubería junto a depósito	5.000	4.893
Antes de la bomba	4.529	4.422
Después de la bomba	39.497	39.390
Parte ancha de la boquilla	36.202	36.095
Salida de la boquilla	36.202	8.700

Tabla 1.2: Cotas de las líneas de energía y piezométrica

Al no decir nada el problema, se supone que la salida del depósito esta abocinada y se desprecia esta pérdida de carga localizada igual que en la bomba y la boquilla. Los términos de presión en ambos extremos son nulos igual que la velocidad en A, resultando la altura de la bomba:

$$H_B = z_2 - z_A + \frac{v_b^2}{2g} + I \cdot L = 8.70 - 124.699164082693184514 + \frac{23.229^2}{2 \cdot 9.81} + 0.00471 \cdot 800.0 = 34.968\, m \quad (1.34)$$

siendo la cota en el extremo de la boquilla $z_2 = 10.0 - \left(10.0 - 9.0 - \frac{0.60}{2}\right) = 8.70\, m$

La pérdida de carga continua total es:

$$\Delta H_c = I \cdot L = 0.00471 \cdot 800.0 = 3.7660\, m \quad (1.35)$$

y hasta la bomba:

$$\Delta H_{c_{ABomba}} = I \cdot L_{ABomba} = 0.00471 \cdot 100.0 = 0.4707\, m \quad (1.36)$$

Finalmente las cotas de la línea de energía y piezométrica resultan pueden verse en la tabla 1.2

◀

Ejercicio 3

124.69916408269318451480 Para obtener la altura de elevación de la bomba (H_b) aplicamos Bernoulli entre el embalse (e) y el depósito (d)

$$z_e + \frac{P_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + H_b = z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{v_d^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.37}$$

En la superficie de ambos se cumple que $P_e = 0$, $v_e = 0$, $P_d = 0$, $v_d = 0$

La pérdida de carga localizada se supone nula en la salida del embalse. En la entrada al depósito es:

$$\Delta H_l = \frac{v^2}{2g} \tag{1.38}$$

siendo v la velocidad de circulación en la tubería en ese tramo.

La pérdida de carga continua vendrá dada por:

$$\Delta H_c = \frac{f}{D_1}\frac{v^2}{2g}L_1 \tag{1.39}$$

Sustituyendo la ecuación de la bomba más los valores anteriores en (1.37), expresando en función de la velocidad, y reagrupando se llega a:

$$z_e - z_d + 90 = 40Q^2 + \frac{v^2}{2g}\left(1 + \frac{f}{D_1}L_1\right)$$

$$30 - 100 + 90 = 40\left(\pi\frac{0.40^2}{4}\right)^2 v^2 + \frac{v^2}{2\cdot 9.81}\left(1 + \frac{f}{0.40}2000\right)$$

$$20.00 = v^2\left(0.68 + 254.84f\right) \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{20.00}{0.68 + 254.84f}} \tag{1.40}$$

Para calcular la f de Darcy se utiliza la fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D_1}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \quad \text{con:} \quad \frac{\varepsilon}{3.715D_1} = \frac{0.0002}{3.715\cdot 0.40} = 0.1346\cdot 10^{-3} \tag{1.41}$$

El número de Reynolds para la circulación en la tubería será:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{0.40}{10^{-6}}v = 400000v \tag{1.42}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones, partimos de:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(0.1346\cdot 10^{-3}\right) = 7.741978 \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{7.741978^2} = 0.01668385 \tag{1.43}$$

y se aplican respectivamente las ecuaciones (1.40), (1.42) y (1.41). Los resultados pueden verse en la tabla

f	v	Re	$\frac{1}{\sqrt{f}}$
0.016684	2.013249	805299.6	7.598736
0.017319	1.981027	792410.8	7.599071
0.017317	1.981126	792450.4	7.599072
0.017317	1.981126	792450.4	7.599072

Finalmente el caudal resulta $Q_1 = 1.981126\pi\frac{0.40^2}{4} = 0.2490\,m^3/s > 0.08 + 0.08 = 0.16\,m^3/s$ requeridos en la bifurcación.

La altura de elevación de la bomba puede obtenerse mediante la curva característica:

$$H_b = 90 - 40 \cdot 0.2490^2 = 87.52\,m \tag{1.44}$$

El caudal abastecido por la bomba en el tiempo de funcionamiento más la hora de parada debe satisfacer las demandas continuas en A y B:

$$\begin{aligned} Q_b\,(t - 3600) &= t\,(Q_A + Q_B) \\ t = \frac{3600 Q_b}{Q_b - (Q_A + Q_B)} &= \frac{0.2490 \cdot 3600}{0.2490 - (0.08 + 0.08)} = 10075.1\,s = 2.7986\,horas \end{aligned} \tag{1.45}$$

A continuación va a determinarse al energía en el punto C (H_C) mediante un Bernoulli del depósito a C. No se consideran pérdidas de carga localizadas en la salida del depósito.

$$\begin{aligned} z_d + \frac{P_d}{\gamma} + \frac{v_d^2}{2g} &= z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{v_C^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \\ z_d &= H_C + \frac{v^2}{2g}\frac{f}{D_2}L_2 \\ H_C = z_d - \frac{Q^2}{2gS_2^2}\frac{f}{D_2}L_2 &= 100 - \frac{0.16^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 0.07069^2}\frac{0.017317}{0.30}800 = 87.941\,m \end{aligned} \tag{1.46}$$

con $S_2 = \pi\frac{D_2^2}{4} = \pi\frac{0.30^2}{4} = 0.07069\,m$ el area del tubo hasta C.

Los diámetros de los últimos tramos de la bifurcación se pueden obtener haciendo un Bernoulli entre C y el punto final (A o B), resultando en cada caso:

$$\begin{aligned} H_C &= z_A + \frac{Q_A^2}{2g\left(\pi\frac{D_3^2}{4}\right)^2}\left(1 + \frac{f}{D_3}L_3\right) \\ H_C &= z_B + \frac{Q_B^2}{2g\left(\pi\frac{D_4^2}{4}\right)^2}\left(1 + \frac{f}{D_4}L_4\right) \end{aligned} \tag{1.47}$$

Dado que los caudales, las tuberías y las cotas de salida son las mismas el diámetro en ambas tuberías coincidirá. Los Bernoulli anteriores son iguales, pero el 1 que aparece en ellos es, en el primer caso debido a la pérdida de carga localizada por entrar en el depósito, mientras que en el segundo es el término de velocidad del chorro que sale a la atmósfera.

El mínimo diámetro comercial que supere el caudal requerido será la solución solicitada. Para determinarlo se hace una tabla con los diámetros elegidos en la iteración, obteniéndose el caudal al despejar en la ecuación (1.47). Como valor de partida adoptamos un diámetro algo mayor que la mitad del tramo entre el depósito y C ya que pasa la mitad de caudal por cada tubería.

$$Q_A = \sqrt{2g\left(\pi\frac{D_3^2}{4}\right)^2 \frac{H_C - z_A}{1 + \frac{f}{D_3}L_3}} = \sqrt{\frac{9.81\pi^2 D_3^4}{8}\frac{87.941 - 124.69916408269318 4514}{1 + \frac{0.017317}{D_3}500}} \tag{1.48}$$

D_4	0.2	0.25	0.22	0.23
Q	0.0589	0.1026	0.0747	0.0834

Por lo tanto el diámetro será 0.23 m, siendo el área de la sección $S_3 = S_4 = \pi\frac{D_3^2}{4} = \pi\frac{0.23^2}{4} = 0.04155\,m$. Para ese diámetro el caudal es 0.0834 m^3/s, superior al requerido.

Para asegurar el caudal en A es necesario imponer una pérdida de carga en la válvula que se obtiene del nuevo Bernoulli entre C y A

$$H_C = z_A + \frac{Q_A^2}{2gS_3^2}\left(1 + \varphi + \frac{f}{D_3}L_3\right) \tag{1.49}$$

Despejando:

$$\varphi = \frac{2gS_3^2}{Q_A^2}(H_C - z_A) - 1 - \frac{f}{D_3}L_3 = 2{\cdot}9.81\frac{0.04155^2}{0.08^2}(87.941 - 124.69916408269318 4514) - 1 - \frac{0.017317}{0.23}500 = -23 \tag{1.50}$$

Para conocer el incremento de longitud que deba darse a la tubería 4, basta simplemente con igualar las pérdidas de carga localizadas que se han impuesto en el tubería 3 con las cargas continúas requeridas en al tubería 4

$$\varphi\frac{Q_A^2}{2gS_3^2} = \frac{Q_B^2}{2gS_4^2}\frac{f}{D_4}\Delta L_4 \quad\rightarrow\quad \varphi = \frac{f}{D_4}\Delta L_4 \quad\rightarrow\quad \Delta L_4 = \frac{\varphi D_4}{f} = -3096.857\,m \tag{1.51}$$

Si se hubiera expresado la pérdida de carga localizada en número de diámetros equivalentes (n), se tendría:

$$\Delta L_4 = n \cdot D_4 \quad\rightarrow\quad n = \frac{\Delta L_4}{D_4} = \frac{-3096.857}{0.23} = -178833.37\,\text{diámetros} \tag{1.52}$$

◄

EJERCICIO 4

0.2489556355299361586.0 Se calculan, ordenadamente, los valores más significativos en las dos secciones del canal

$$\text{Caudal unitario:} \quad q = \frac{Q}{b}\,; \qquad q_1 = 2.000\,\frac{m^3}{s\cdot m}\,; \qquad q_2 = 2.857\,\frac{m^3}{s\cdot m} \tag{1.53}$$

$$\text{Calado crítico:} \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}\,; \qquad y_{c1} = 0.7415\,m\,; \qquad y_{c2} = 0.9406\,m \tag{1.54}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad I = \frac{n^2Q^2\left(b+2y_u\right)^{4/3}}{\left(b\cdot y_u\right)^{10/3}}\,; \qquad y_{u1} = 1.0042\,m\,; \qquad y_{u2} = 1.4278\,m \tag{1.55}$$

$$\text{Número Froude:} \quad F^2 = \frac{q^2}{g\cdot y_u^3}\,; \qquad F_1^2 = 0.6346\,; \qquad F_2^2 = 0.5342 \tag{1.56}$$

$$\text{Tipo pendiente:} \qquad Lento\,; \qquad Lento \tag{1.57}$$

$$\text{Calado conjugado:} \quad y_u^c = \frac{y_u}{2}\left(\sqrt{1+8F^2}+1\right)\,; \qquad y_{u1}^c = 0.5295\,m\,; \qquad y_{u2}^c = 0.5800\,m \tag{1.58}$$

Las energías específicas asociadas a los diferentes calados son:

$$\text{Calado crítico:} \quad H_c^o = \frac{3}{2}y_c\,; \qquad H_{c1}^o = 1.1123\,m\,; \qquad H_{c2}^o = 1.4109\,m \tag{1.59}$$

$$\text{Calado uniforme:} \quad H_u^o = y_u + \frac{q^2}{2gy_u^2}\,; \qquad H_{u1}^o = 1.2064\,m\,; \qquad H_{u2}^o = 1.6325\,m \tag{1.60}$$

Como estamos en pendiente suave partimos de aguas abajo (punto ⓕ) con calado de régimen uniforme $y_{u1} = 1.0042\,m$. Propagamos hasta la transición (punto ⓔ). Se comprueba si se puede pasar el estrechamiento (hasta el punto ⓓ). Para ello:

Se comprueba que la energía específica correspondiente al régimen uniforme en e corta a la curva de energía específica en el tramo estrecho ($H_{u1}^o = 1.2064 \leq H_{c2}^o = 1.4109$). Como esto no es así implica que hay cambio de régimen. El cambio de régimen se produce en el tramo estrecho, que tendrá su mínima energía en el punto d con el valor $H_{c2}^o = 1.4109$. Desde este punto que llamaremos 2. Se inicia una propagación hacia aguas abajo (puntos ② a ⑤) y otra hacia aguas arriba (puntos ② y ⑥ a ⑧).

Propagación hacia aguas abajo

Tenemos dos posibles soluciones dependiendo de donde se produzca el resalto

$$\text{Resalto en el escalón:} \quad y_3 > y_{u1}^c \tag{1.61}$$

$$\text{Resalto en la zona ancha:} \quad y_3 < y_{u1}^c \tag{1.62}$$

La primera solución implica una propagación en régimen lento de ⓕ a ⓔ con un calado $y_{u1} = 1.0042\,m$ y el resalto en el estrechamiento.

El valor de y_3 se determina al despejar del calado de régimen rápido en la curva de la parte ancha (q_1) cuando la energía específica es la correspondiente al calado crítico en la otra curva (q_2).

y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
0.464	0.3544	0.1788	0.4656	0.0033	0	0	0	0
0.4771	0.362	0.1739	0.4786	0.003	-0.013	0.0032	6.6057	6.6057
0.4902	0.3695	0.1693	0.4917	0.0028	-0.0131	0.0029	6.6464	13.2521
0.5033	0.3769	0.1649	0.5047	0.0026	-0.013	0.0027	6.589	19.8411
0.5164	0.3841	0.1607	0.5177	0.0024	-0.013	0.0025	6.5823	26.4234
0.5295	0.3914	0.1567	0.5308	0.0022	-0.0131	0.0023	6.6262	33.0496

Tabla 1.3: Curva de remanso del tipo S3 a la derecha de la transición

Matemáticamente esto se refleja en:

$$H_c^o = 1.4109 = y_3 + \frac{q_1^2}{2gy_3^2} = y_3 + \frac{2.000^3}{2 \cdot 9.81 y_3^2} \qquad \longrightarrow \qquad y_3 = 0.4640\, m \tag{1.63}$$

Dados los cálculos realizados en el problema, se verifica la segunda de la soluciones. En ella existirá una curva de remanso de tipo S3 que va del calado $y_3 = 0.4640$ hasta alcanzar el conjugado del uniforme en esa sección, donde se definirá el punto ④ $(y_4 = y_{u1}^c = 0.5295\, m)$.

La distancia recorrida por esta curva de remanso desde el punto ② es $L_{S3} = 33.0496\, m$. De ④ a ⑤ hay un resalto alcanzándose en este último punto el calado uniforme $y_5 = y_{u1} = 1.4278\, m$. Esta calado viene propagado en régimen lento desde el punto ① situado aguas abajo.

Propagación hacia aguas arriba

Desde el punto ② propagamos hacia aguas arriba en régimen lento. Como la zona estrecha es de longitud corta, se considera, como dice el enunciado, que el calado se mantiene en el punto ⑥ $(y_6 = y_2 = 0.9406)$

El paso al punto ⑦ situado en la zona más ancha es siempre posible. Para ello, se calcula la energía específica en ⑥ y se mantiene este valor hasta pasar a la otra curva (q_1), donde se calcula el calado correspondiente a esa energía específica. Como el calado en ⑥ coincide con el de ② su energía específica también, por tanto la ecuación planteada coincide con la ecuación 1.63, pero el calado que se obtiene como solución es el correspondiente a régimen lento. Es decir el calado en ⓑ =⑦ es:

$$H_7^o = 1.4109 = y_7 + \frac{q_1^2}{2gy_7^2} = y_7 + \frac{2.000^2}{2 \cdot 9.81 y_7^2} \qquad \longrightarrow \qquad y_7 = 1.288\, m \tag{1.64}$$

Desde ese punto se extiende la curva de remanso S1 de la tabla 1.3 hasta llegar al calada uniforme (punto ⑧) cuyo calado coincide con el del punto ① con una longitud total de $L_{S1} = -142.1349\, m$. Esta solución si se realiza con un mayor número de intervalos resulta $L_{S1} = 712\, m$

La solución puede verse en la figura final del ejercicio

Altura del escalón para que el nivel del agua permanezca constante

Como la propagación es desde aguas abajo y el estrechamiento hace que el calado en la transición disminuya (se pasa del punto alto de la curva exterior a la interior manteniendo la energía específica),

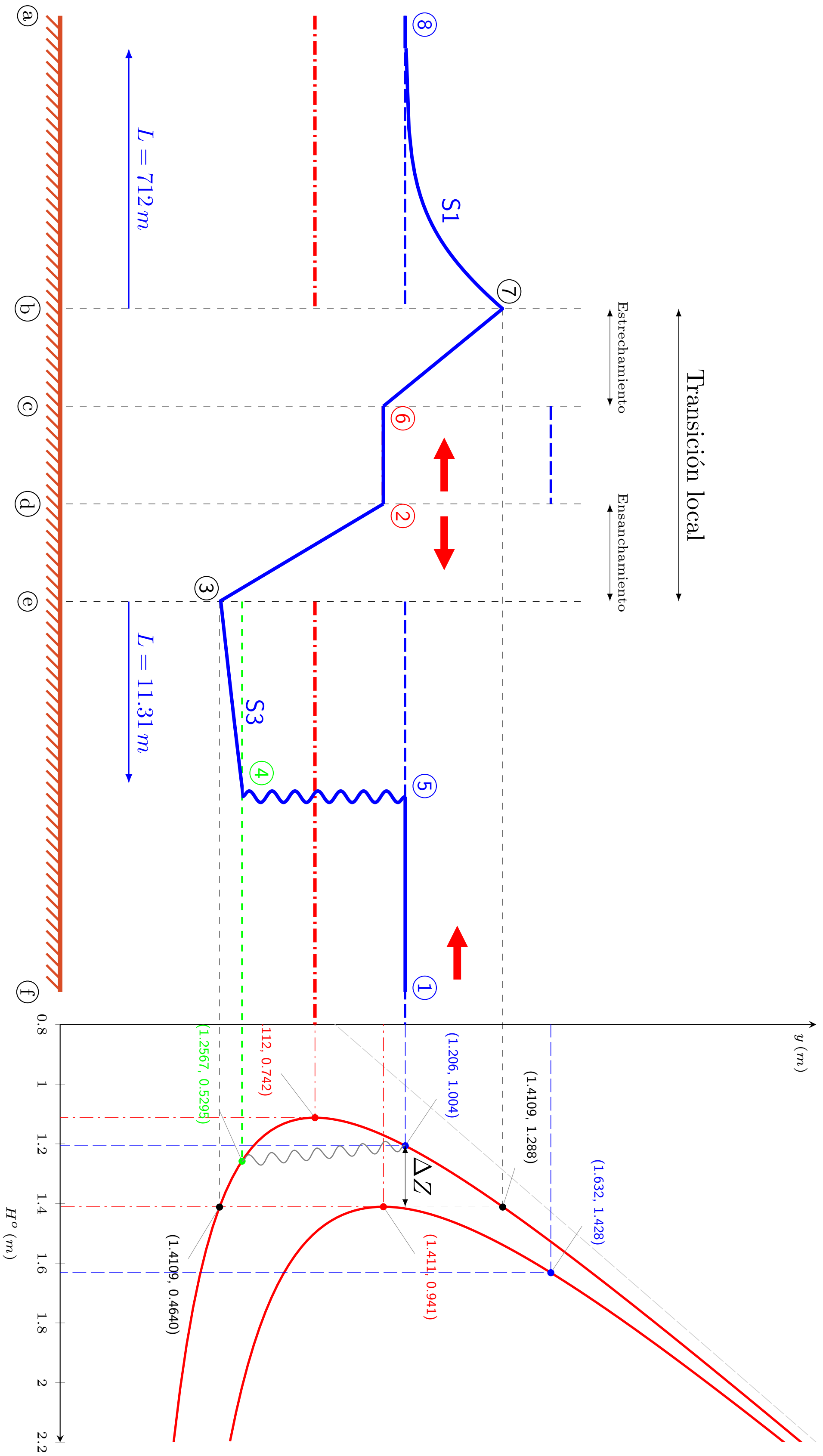
y	R_H	v	H^0	$I \cdot 100$	ΔH	$I_m \cdot 100$	Δx	x
1.288	0.693	0.0644	1.2882	0.0002	0	0	0	0
1.2312	0.6762	0.0674	1.2314	0.0002	0.0568	0.0002	-28.4284	-28.4284
1.1744	0.6587	0.0707	1.1747	0.0002	0.0567	0.0002	-28.3784	-56.8068
1.1176	0.6404	0.0743	1.1179	0.0003	0.0568	0.0003	-28.4427	-85.2495
1.0608	0.6214	0.0782	1.0611	0.0003	0.0568	0.0003	-28.4427	-113.6922
1.004	0.6014	0.0827	1.0043	0.0003	0.0568	0.0003	-28.4427	-142.1349

Tabla 1.4: Curva de remanso del tipo S1 a la izquierda de la transición

lo que hay que hacer es pasar de la curva exterior a la interior para evitar que haya cambio de régimen (recta horizontal). La distancia recorrida en horizontal (incremento de energía específica) para llegar de una a otra representa la altura necesaria del escalón. Como el desplazamiento es hacia la izquierda, el escalón es descendente. Matemáticamente significa que partimos del calado uniforme sobre la curva q_1 en el punto b ($H^o_{u1} = 1.2064$, $y_{u1} = 1.0042$) y se necesita llegar al punto de energía específica mínima en la segunda curva (H^o_{c2}). Por tanto la altura del escalón ascendente será:

$$H^o_{c2} - H^o_{u1} = 1.4109 - 1.2064 = 0.2045\ m \tag{1.65}$$

En el otro lado de la transición el cambio es el contrario.



Transición local
Estrechamiento
Ensanchamiento
L = 712 m
L = 11.31 m
S1
S3
ΔZ
(1.206, 1.004)
(1.4109, 1.288)
(1.632, 1.428)
(1.411, 0.941)
(1.4109, 0.4640)
(1.2567, 0.5295)
y (m)
H° (m)

Ejercicio 5

0.12566160 1. Calcular el número de curva (CN) para situación III (redondear el valor a número entero).

La abstracción inicial o el valor del umbral de escorrentía (P_o) es de 32 mm

$$P_o = 0.2S \quad \rightarrow \quad S = \frac{P_o}{0.2} = 160\,mm \tag{1.66}$$

por lo tanto obtenemos la infiltración máxima potencial (S), con ello se calcula el número de curva para la situación II

$$S = 25.4\left(\frac{1000}{CN_{II}} - 10\right) \quad \rightarrow \quad CN_{II} = \frac{25400}{S+254} = \frac{25400}{160+254} = 61 \tag{1.67}$$

Teniendo el número de curva para la situación II, ya se tiene el número de curva para la situación III

$$CN_{III} = \frac{23CN_{II}}{10+0.13CN_{II}} = \frac{23\cdot 61}{10+0.13\cdot 61} = 78 \tag{1.68}$$

2. Calcular la distribución temporal de la lluvia neta o escorrentía (E) siguiendo el método del Número de Curva del SCS, para la tormenta registrada de 7 horas y el Número de Curva Tipo III.

Abstracción inicial $P_o = 0.2S = 32\ mm$

$$\text{Escorrentía acumulada} = \frac{(P_{acum} - 0.2S)^2}{P_{acum} + 0.8S} \tag{1.69}$$

tiempo	Precipitación	Precipitación acumulada	Escorrentía acumulada	Escorrentía
(h)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
0	5	5	0	0
1	20	25	0	0
2	18	43	0.71	0.71
3	35	78	10.27	9.56
4	22	100	20.28	10.01
5	14	114	27.79	7.51
6	7	121	31.81	4.02

3) Calcular el hidrograma resultante de la tormenta registrada de 7 horas, utilizando el método del hidrograma unitario.

El hidrograma unitario es la respuesta de la cuenca para una lluvia neta (escorrentía o precipitación eficaz) de 1 mm en una unidad de tiempo (1 hora). Para calcular el hidrograma resultante de la tormenta hay que aplicar los principios de proporcionalidad y superposición, es decir, multiplicar la escorrentía de cada período de tiempo por la distribución del hidrograma unitario y posteriormente sumar las respuestas de la tormenta.

HIDROGRAMA UNITARIO		Tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6	Total
Tiempo (h)	Caudal (m^3/s)	Escorrentía	0	0	0,71	9,56	10,01	7,51	4,02	
0	0		0							0
1	0,5		0	0						0
2	1		0	0	0					0
3	2		0	0	0,36	0				0,36
4	4		0	0	0,71	4,78	0			5,49
5	3		0	0	1,42	9,56	5,01	0		15,99
6	2		0	0	2,84	19,12	10,01	3,76	0	35,73
7	1		0	0	2,13	38,24	20,02	7,51	2,01	69,91
8	0,5		0	0	1,42	28,68	40,04	15,02	4,02	89,18
9	0		0	0	0,71	19,12	30,03	30,04	8,04	87,94
				0	0,36	9,56	20,02	22,53	16,08	68,55
					0	4,78	10,01	15,02	12,06	41,87
						0	5,01	7,51	8,04	20,56
							0	3,76	4,02	7,78
								0	2,01	2,01
									0	0

Tabla 1.5: La escorrentía es la lluvia neta o la precipitación eficaz

4. ¿Cuál es el caudal punta de la tormenta?

El caudal punta de la tormenta es $89,18\ m^3/s$

Ejercicio 6

6.01.33 Como se conoce el caudal circulante $Q = 1.33$ m^3/s se pueden evaluar las pérdidas de carga en la conducción. La altura manométrica de la bomba se obtiene también directamente sobre la ecuación de la curva característica. A partir de ahí es fácil determinar la altura del depósito A.

Planteando Bernoulli entre ambos depósitos:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_b = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.70}$$

En la superficie de ambos se cumple que $P_A = 0$, $v_A = 0$, $P_B = 0$, $v_B = 0$.

La velocidad en la conducción será

$$v = \frac{Q}{S}; \quad S = \pi\frac{D^2}{4} = \pi\frac{0.90^2}{4} = 0.6362\, m^2; \quad v = \frac{6.0}{0.6362} = 9.4314\, m/s \tag{1.71}$$

La pérdida de carga localizada se supone nula en la salida del embalse y en las bombas al no decirse nada. En la entrada al depósito es:

$$\Delta H_l = \frac{v^2}{2g} = \frac{9.4314^2}{2 \cdot 9.81} = 4.5337\, m \tag{1.72}$$

La pérdida de carga continua vendrá dada por:

$$\Delta H_c = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L \tag{1.73}$$

La f de Darcy la obtenemos iterando en la fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \quad \text{con:} \quad \frac{\varepsilon}{3.715D} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{3.715 \cdot 0.90} = 0.1495 \cdot 10^{-3} \tag{1.74}$$

El número de Reynolds para la circulación en la tubería será:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{0.90 \cdot 9.4314}{10^{-6}} = 8488264 \tag{1.75}$$

Partiendo del valor:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715}\right) = -2\log_{10}\left(0.1495 \cdot 10^{-3}\right) = 7.6505 \tag{1.76}$$

Iterando en la ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{i+1}}} = -2\log_{10}\left(0.1495 \cdot 10^{-3} + 0.2957 \cdot 10^{-6}\frac{1}{\sqrt{f_i}}\right) \quad \text{con:} \quad \frac{2.51}{R_e} = \frac{2.51}{8488264} = 0.2957 \cdot 10^{-6} \tag{1.77}$$

se obtienen sucesivamente los valores que permiten llegar a obtener la f de Darcy

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 7.6374; \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 7.6374; \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 7.6374; \quad f = \frac{1}{7.6374^2} = 0.01714 \tag{1.78}$$

Volviendo a la ecuación (1.94), la pérdida de carga continua resulta:

$$\Delta H_c = \frac{0.01714}{0.90} 4.5337 \cdot 3500 = 302.26\,m \tag{1.79}$$

La altura de elevación de una bomba, coincide con el total de bombas, y se puede obtener con:

$$H_b = 36 - 130Q^2 = 36 - 130 \left(\frac{6.0}{5}\right)^2 = -151.20\,m \tag{1.80}$$

Finalmente la altura del depósito A se obtiene del Bernoulli inicial:

$$z_A = -H_b + z_B + \Delta H_l + \Delta H_c = -- 151.20 + 125 + 4.5337 + 302.26 = 583.00\,m \tag{1.81}$$

Mínimo número de bombas

Para determinar el número de bombas que pueden funcionar, analizamos cómo variaría la línea piezométrica a medida que cambia el caudal. En primer lugar, determinamos el caudal mínimo que puede circular. Razonamos desde el depósito B donde la piezométrica estará enrasada con la cota de lámina del depósito. En el caso límite, el punto más desfavorable es D. Para el mínimo caudal de circulación, la línea piezométrica pasará justo 1 m por encima del punto D. Por tanto, la pendiente se puede determinar mediante:

$$I = \frac{z_D + 1 - z_B}{L_2} = \frac{127 + 1 - 125}{1300} = 2.3077 \cdot 10^{-3} = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \tag{1.82}$$

$$v = \frac{\sqrt{2gID}}{\sqrt{f}} = \frac{\omega}{\sqrt{f}} \tag{1.83}$$

Para calcular el caudal que circula con esta pendiente utilizamos la variable auxiliar:

$$\omega = \sqrt{2gDI} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 0.90 \cdot 2.3077 \cdot 10^{-3}} = 0.2019 \tag{1.84}$$

Al sustituir el término de velocidad en la fórmula de Reynolds dentro de la fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{\frac{\omega D}{\nu \sqrt{f}} \sqrt{f}} \right) = -2 \log_{10} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51\nu}{\omega D} \right) \tag{1.85}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0.1495 \cdot 10^{-3} + \frac{2.51 \cdot 10^{-6}}{0.2019 \cdot 0.90} \right) = 7.6374; \qquad f = \frac{1}{7.6374^2} = 0.01743 \tag{1.86}$$

Finalmente la velocidad y el caudal mínimo requeridos resultan:

$$v = \frac{\omega}{\sqrt{f}} = \frac{0.2019}{\sqrt{0.01743}} = 1.5289\,m/s; \quad Q = v\,S = 1.5289 \cdot 0.6362 = 0.9726\,m^3/s; \tag{1.87}$$

El problema es que el caudal depende del número de bombas, y de la conducción, a medida que disminuye el número de bombas, disminuye el caudal y la pendiente de pérdidas, haciendo que la línea piezométrica que parte de B se acerque al punto D. De forma general el problema se resuelve planteando Bernoulli entre ambos depósitos:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_b = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \quad \text{con:} \quad H_b = 36 - \frac{130}{n^2} Q^2 \tag{1.88}$$

Sustituyendo y operando convenientemente:

$$Q = \sqrt{\frac{z_A - z_B + 36}{\frac{130}{n^2} + \frac{1}{2gS^2}\left(1 + \frac{f}{D} L\right)}} = \sqrt{\frac{583.00 - 125 + 36}{\frac{130}{n^2} + \frac{1}{2 \cdot 9.81 \cdot 0.6362^2}\left(1 + \frac{0.01743}{0.90} 3500\right)}} \tag{1.89}$$

Manteniendo la f del apartado anterior y operando para distinto número de bombas:

$$Q_{1b} = 1.8875; \quad Q_{2b} = 3.4642; \quad Q_{3b} = 4.6236; \quad Q_{4b} = 5.4244; \quad Q_{5b} = 5.9692\, m^3/s \tag{1.90}$$

Por tanto, se puede operar con 0.972620310979556633pt1.887468155190262509ptuna bomba 0.972620310979556633 bombas 0.972620310979556633pt4.623556360756716307pttres bombas 0.972620310979556633pt5.424367495900315032 bombascinco bombas si se quiere asegurar el requerimiento de presión relativa mínima de 1 m de columna de agua en al tubería. La variación del caudal con cinco bombas es una medida del error al haber tomado la f de Darcy como la resultante de este segundo cálculo, siendo más ajustado en el caso de las 0.972620310979556633pt1.887468155190262509ptuna bomba 0.972620310979556633pt3.464198092866797145ptd bombas 0.972620310979556633pt4.623556360756716307pttres bombas 0.972620310979556633pt5.424367495900315032 bombascinco bombas donde la velocidad es más parecida al caso utilizado para determinar la f.

Ejercicio 7

6.01.33 Como se conoce el caudal circulante $Q = 1.33$ m^3/s se pueden evaluar las pérdidas de carga en la conducción. La altura manométrica de la bomba se obtiene también directamente sobre la ecuación de la curva característica. A partir de ahí es fácil determinar la altura del depósito A.

Planteando Bernoulli entre ambos depósitos:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_b = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \tag{1.91}$$

En la superficie de ambos se cumple que $P_A = 0$, $v_A = 0$, $P_B = 0$, $v_B = 0$.

La velocidad en la conducción será

$$v = \frac{Q}{S}; \quad S = \pi\frac{D^2}{4} = \pi\frac{0.80^2}{4} = 0.5027\,m^2; \quad v = \frac{6.0}{0.5027} = 11.9366\,m/s \tag{1.92}$$

La pérdida de carga localizada se supone nula en la salida del embalse y en las bombas al no decirse nada. En la entrada al depósito es:

$$\Delta H_l = \frac{v^2}{2g} = \frac{11.9366^2}{2 \cdot 9.81} = 7.2621\,m \tag{1.93}$$

La pérdida de carga continua vendrá dada por:

$$\Delta H_c = \frac{f}{D}\frac{v^2}{2g}L \tag{1.94}$$

La f de Darcy la obtenemos iterando en la fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{f}}\right) \quad \text{con:} \quad \frac{\varepsilon}{3.715D} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{3.715 \cdot 0.80} = 0.1682 \cdot 10^{-3} \tag{1.95}$$

El número de Reynolds para la circulación en la tubería será:

$$R_e = \frac{vD}{\nu} = \frac{0.80 \cdot 11.9366}{10^{-6}} = 9549297 \tag{1.96}$$

Partiendo del valor:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715}\right) = -2\log_{10}\left(0.1682 \cdot 10^{-3}\right) = 7.5482 \tag{1.97}$$

Iterando en la ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{i+1}}} = -2\log_{10}\left(0.1682 \cdot 10^{-3} + 0.2628 \cdot 10^{-6}\frac{1}{\sqrt{f_i}}\right) \quad \text{con:} \quad \frac{2.51}{R_e} = \frac{2.51}{9549297} = 0.2628 \cdot 10^{-6} \tag{1.98}$$

se obtienen sucesivamente los valores que permiten llegar a obtener la f de Darcy

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 7.5380; \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 7.5380; \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = 7.5380; \quad f = \frac{1}{7.5380^2} = 0.01760 \tag{1.99}$$

Volviendo a la ecuación (1.94), la pérdida de carga continua resulta:

$$\Delta H_c = \frac{0.01760}{0.80} 7.2621 \cdot 3300 = 527.20\, m \tag{1.100}$$

La altura de elevación de una bomba, coincide con el total de bombas, y se puede obtener con:

$$H_b = 36 - 130Q^2 = 36 - 130 \left(\frac{6.0}{5}\right)^2 = -151.20\, m \tag{1.101}$$

Finalmente la altura del depósito A se obtiene del Bernoulli inicial:

$$z_A = -H_b + z_B + \Delta H_l + \Delta H_c = -- 151.20 + 125 + 7.2621 + 527.20 = 810.66\, m \tag{1.102}$$

Mínimo número de bombas

Para determinar el número de bombas que pueden funcionar, analizamos cómo variaría la línea piezométrica a medida que cambia el caudal. En primer lugar, determinamos el caudal mínimo que puede circular. Razonamos desde el depósito B donde la piezométrica estará enrasada con la cota de lámina del depósito. En el caso límite, el punto más desfavorable es D. Para el mínimo caudal de circulación, la línea piezométrica pasará justo 1 m por encima del punto D. Por tanto, la pendiente se puede determinar mediante:

$$I = \frac{z_D + 1 - z_B}{L_2} = \frac{127 + 1 - 125}{1300} = 2.3077 \cdot 10^{-3} = \frac{f}{D} \frac{v^2}{2g} \tag{1.103}$$

$$v = \frac{\sqrt{2gID}}{\sqrt{f}} = \frac{\omega}{\sqrt{f}} \tag{1.104}$$

Para calcular el caudal que circula con esta pendiente utilizamos la variable auxiliar:

$$\omega = \sqrt{2gDI} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 0.80 \cdot 2.3077 \cdot 10^{-3}} = 0.1903 \tag{1.105}$$

Al sustituir el término de velocidad en la fórmula de Reynolds dentro de la fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51}{\frac{\omega D}{\nu \sqrt{f}} \sqrt{f}} \right) = -2 \log_{10} \left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.715} + \frac{2.51\nu}{\omega D} \right) \tag{1.106}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(0.1682 \cdot 10^{-3} + \frac{2.51 \cdot 10^{-6}}{0.1903 \cdot 0.80} \right) = 7.5380; \qquad f = \frac{1}{7.5380^2} = 0.01794 \tag{1.107}$$

Finalmente la velocidad y el caudal mínimo requeridos resultan:

$$v = \frac{\omega}{\sqrt{f}} = \frac{0.1903}{\sqrt{0.01794}} = 1.4211\, m/s; \quad Q = v\, S = 1.4211 \cdot 0.5027 = 0.7143\, m^3/s; \tag{1.108}$$

El problema es que el caudal depende del número de bombas, y de la conducción, a medida que disminuye el número de bombas, disminuye el caudal y la pendiente de pérdidas, haciendo que la línea piezométrica que parte de B se acerque al punto D. De forma general el problema se resuelve planteando Bernoulli entre ambos depósitos:

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_b = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + \Delta H_l + \Delta H_c \quad \text{con:} \quad H_b = 36 - \frac{130}{n^2}Q^2 \tag{1.109}$$

Sustituyendo y operando convenientemente:

$$Q = \sqrt{\frac{z_A - z_B + 36}{\frac{130}{n^2} + \frac{1}{2gS^2}\left(1 + \frac{f}{D}L\right)}} = \sqrt{\frac{810.66 - 125 + 36}{\frac{130}{n^2} + \frac{1}{2 \cdot 9.81 \cdot 0.5027^2}\left(1 + \frac{0.01794}{0.80}3300\right)}} \tag{1.110}$$

Manteniendo la f del apartado anterior y operando para distinto número de bombas:

$$Q_{1b} = 2.2299; \quad Q_{2b} = 3.8926; \quad Q_{3b} = 4.9401; \quad Q_{4b} = 5.5712; \quad Q_{5b} = 5.9585\, m^3/s \tag{1.111}$$

Por tanto, se puede operar con 0.71432722493395921pt2.229947614179201966ptuna bomba 0.7143272249339 bombas 0.71432722493395921pt4.94012002172200813pttres bombas 0.71432722493395921pt5.571155996368047 bombascinco bombas si se quiere asegurar el requerimiento de presión relativa mínima de 1 m de columna de agua en al tubería. La variación del caudal con cinco bombas es una medida del error al haber tomado la f de Darcy como la resultante de este segundo cálculo, siendo más ajustado en el caso de las 0.71432722493395921pt2.229947614179201966ptuna bomba 0.71432722493395921pt3.89264479341185056 bombas 0.71432722493395921pt4.94012002172200813pttres bombas 0.71432722493395921pt5.571155996368047 bombascinco bombas donde la velocidad es más parecida al caso utilizado para determinar la f.

◄

Ejercicio 8

a

Año	Estación 1 $= x$	Estación 2 $= y$	x^2	y^2	$x \cdot y$
1	39	51	1521	2601	1989
3	72	80	5184	6400	5760
4	111	123	12321	15129	13653
6	69	61	4761	3721	4209
7	34	40	1156	1600	1360
8	62	58	3844	3364	3596
9	123	147	15129	21609	18081
10	46	62	2116	3844	2852
11	75	93	5625	8649	6975
12	98	124	9604	15376	12152
TOTAL	729	839	61261	82293	70627

La media aritmética se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \bar{x} & = \frac{729}{10} & = 72.9 \\ \bar{y} & = \frac{839}{10} & = 83.9 \end{cases} \tag{1.112}$$

siendo $n = 10$ el número de datos

La varianza resulta:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_x^2 & = \frac{610.261}{10} - 72.9^2 & = 811.69 \\ \sigma_y^2 & = \frac{82.293}{10} - 82.9^2 & = 1190.09 \end{cases} \tag{1.113}$$

La desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} - \bar{x}^2} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_x & = \sqrt{811.69} \\ \sigma_y & = \sqrt{1190.09} \end{cases} \tag{1.114}$$

La covarianza resulta:

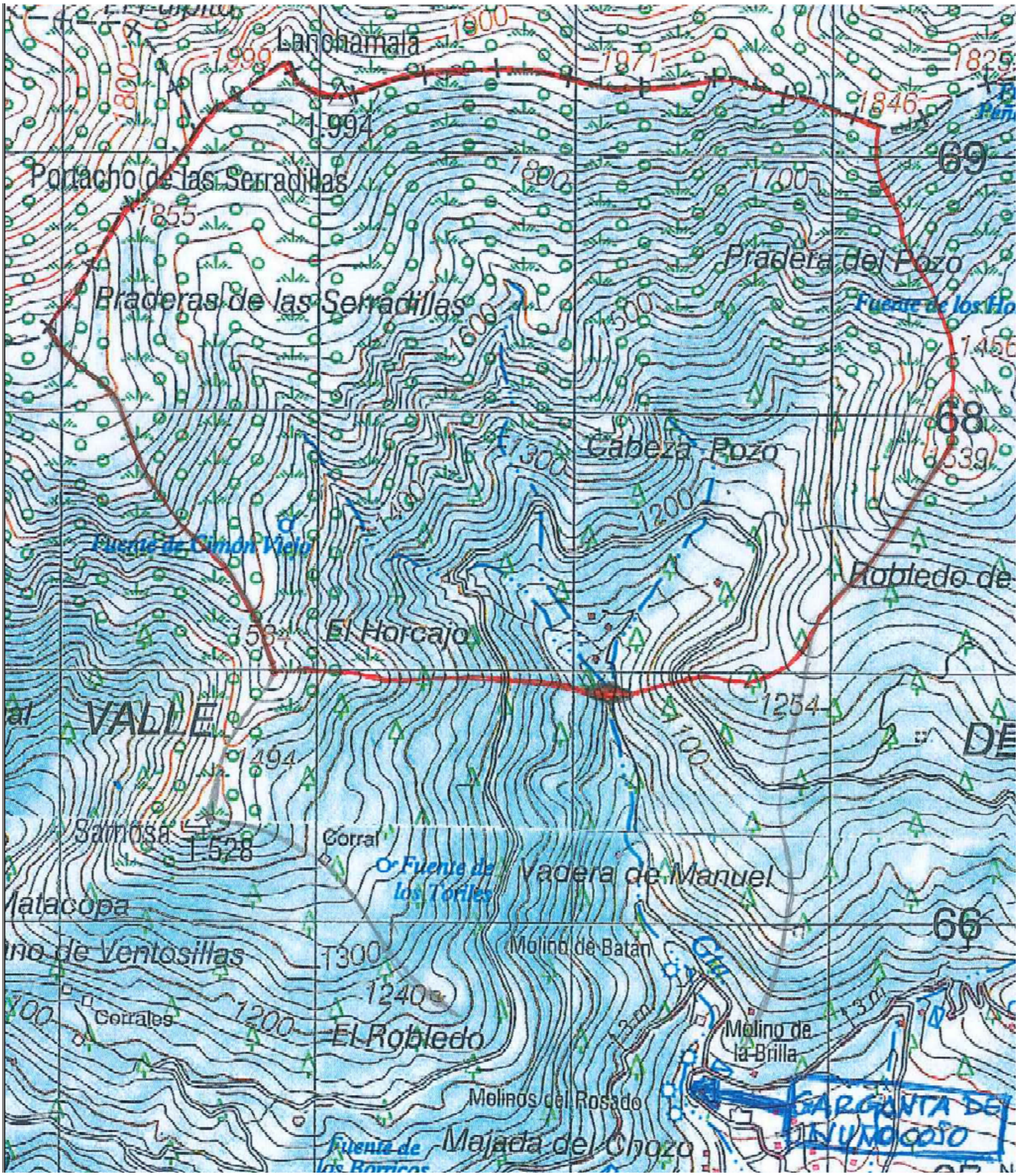
$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - (\bar{x}\bar{y}) = \frac{70.627}{10} - (72.9 \cdot 83.39) = 946.39 \tag{1.115}$$

Finalmente el coeficiente de correlación ortogonal será:

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{946.39}{\sqrt{1190.09}\sqrt{811.69}} = 0.96 \tag{1.116}$$

Para determinar los datos que faltan obtenemos los autovalores de la matriz:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x^2 - \lambda & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 811.69 - \lambda & 946.39 \\ 946.39 & 1190.09 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda = \begin{cases} \lambda & = 35.77 \\ \lambda & = 1966 \end{cases} \tag{1.117}$$


Lanchamala
1.994
Portacho de las Serradillas
Praderas de las Serradillas
Pradera del Pozo
Cabeza Pozo
Fuente de Cimón Viejo
El Horcajo
Robledo de
VALLE
Corral
Fuente de los Toriles
Vadera de Manuel
Matacopa
Molino de Batán
Corrales
El Robledo
Molino de la Brilla
Molinos del Rosado
Majada del Chozo
Fuente de los Borricos
GARGANTA DE NUÑOCOSO

La pendiente de la recta de ajuste será:

$$m = \frac{\lambda - \sigma_x^2}{\sigma_{xy}} = \frac{1966 - 811.69}{946.39} = 1.22 \tag{1.118}$$

Resultando la ecuación de la recta:

$$y - \bar{y} = m\,(x - \bar{x}) \quad \rightarrow \quad y - 83.9 = 1.22\,(x - 72.9) \tag{1.119}$$

Aplicando esta recta a los datos que faltan en cada una de las estaciones, resulta:

- Estación 1: $x = 107 \quad \rightarrow \quad y = 125.2$
- Estación 2: $y = 144 \quad \rightarrow \quad x = 122.2$

Calcular la lluvia P_{max} en 24 horas, en mm, que puede caer en la cuenca en un periodo de retorno de 50 años a partir de los datos de la Estación 1, excluyendo el dato del año 5

Año	Estación 1 = x	x^2
1	39	1521
2	107	11449
3	72	5184
4	111	12321
6	69	4761
7	34	1156
8	62	3844
9	123	15129
10	46	2116
11	75	5625
12	98	9604
TOTAL	836	72710

Aplicamos el ajuste de Gumbel:

$$n = 11 \text{ datos} \left\{ \begin{array}{lll} n = 10 \rightarrow & y_n = 0.4952 \rightarrow & \sigma_n = 0.9497 \\ n = 12 \rightarrow & y_n = 0.5035 \rightarrow & \sigma_n = 0.9833 \end{array} \right\} n = 11 \rightarrow y_n = 0.49935 \rightarrow \sigma_n = 0.9665 \tag{1.120}$$

$$P_m = \frac{836}{11} = 76 \tag{1.121}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(P_i^2 - n \cdot P_m^2\right)} = \sqrt{\frac{1}{10}\left(72710 - 11 \cdot 76^2\right)} = 30.29 \tag{1.122}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{\sigma}{\sigma_n} = \frac{30.29}{0.9665} = 31.24 \tag{1.123}$$

$$P_0 = P_m - \frac{y_n}{\sigma_n} = 76 - \frac{0.49935}{0.9665} 30.269 = 60.355 \text{ mm} \tag{1.124}$$

Para un periodo de retorno de 50 años la P_{max} en 24 horas será:

$$P = P_0 - \frac{1}{a}\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = 60.35 - 31.34\ln\left[\ln\left(\frac{50}{50-1}\right)\right] = 182.64 \text{ mm} \tag{1.125}$$

◄